2024年第3回10月九大本番レベル模試　（2024年10月実施）

採点基準　数学（理系）

【共通事項】

１．約分の未了，根号内の整理不備は１点減点

２．分母の有理化の不備については減点なし

３．別解の配点は解答の配点に準ずる

【理系】（250点満点）

第1問（50点満点）

(1)（配点　10点）

- $k_p\mathrm{C}_k$ を変形して2点
- $k_p\mathrm{C}_k$ をさらに変形して2点
- $k_p\mathrm{C}_k = p_{p-1}\mathrm{C}_{k-1}$ が成り立つことを証明して2点
- $k_p\mathrm{C}_k$ が p の倍数であることを示して1点
- 互いに素であることを示して2点
- ${}_p\mathrm{C}_k$ が p の倍数であることを証明して1点

(2)（配点　20点）

- 二項定理を使用して 3^p を変形して5点
- 変形した式を利用して d を表して5点
- p の倍数であることを示して5点
- 答えに5点

(3)（配点　20点）

- 二項定理を使用して 2^p を変形して5点
- 変形した式を利用して 2^p+108 を表して5点
- 110が p で割り切れるという条件を示して5点
- 答えに5点

第2問（50点満点）

(1)（配点　10点）

- 積分の式に変形して5点
- 答えに5点

(2)（配点　15点）

- 平均値の定理を用いて $\dfrac{1}{c}$ を示して5点
- $\dfrac{1}{c}$ の範囲を示して5点
- 証明して5点

（3）（配点　25 点）

- $k=0,1,2,\cdots\cdots n$ として辺々を加えて 8 点
- $\log T_n$ を不等式を示して 2 点
- $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sum_{k=0}^{n}\frac{1}{n+2(k+1)}$ を求めて 5 点
- $\log T_n$ の極限を求めて 5 点
- 答えに 5 点

第 3 問（50 点満点）

（1）（配点　20 点）

- いずれのさいころの目のときの $\cos\frac{a_k}{3}\pi$ の値を求めて 5 点
- S_{n+1} が整数になる 2 通りの場合を示して 10 点
- 確率を求める漸化式を立式して 3 点
- 答えに 2 点

（2）（配点　10 点）

- 漸化式を等比数列の形に変形して 5 点
- 答えに 5 点

（3）（配点　20 点）

- kを$1,2,\cdots\cdots n-1$ のいずれかとして、S_k のみ整数でないとするときの場合を求めて 5 点
- そのときの確率を求めて 5 点
- $S_n=(\text{整数})$ かつ上記条件を満たす場合の確率を求めて 5 点
- 答えに 5 点

第 4 問（50 点満点）

（1）（配点　15 点）

- 与式の左辺を変形して 5 点
- 式変形を完了し、図形がわかる形にして 5 点
- 答えに 5 点

（2）（配点　15 点）

- $a=0,1$ のときの中心と半径がわかって 5 点
- a が 0 から 1 まで増加するときの円の動きがわかって 3 点
- 図に 7 点

（3）（配点　20 点）

- 点 w が点 z をどのように動かした点であるかを示して 5 点
- 面積を求める式を立式して 10 点
- 答えに 5 点

第 5 問（50 点満点）

（1）（配点 20 点）

- $\left|\overrightarrow{\mathrm{AO}}\right|$ を求めて 3 点
- $\left|\overrightarrow{\mathrm{AP}}\right|$ を求めて 3 点
- $\overrightarrow{\mathrm{AO}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ を x で表して 3 点
- $\overrightarrow{\mathrm{AO}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ を絶対値となす角で表して 3 点
- x, y の関係式を整理して 3 点
- 答えに 5 点

（2）（配点 20 点）

- B の座標を b を用いて仮において 2 点
- B と直線 AP の距離を b を用いて表して 5 点
- B と xy 平面の距離から b の方程式を立式して 5 点
- b を求めて 5 点
- 答えに 3 点

（3）（配点 10 点）

- 焦点の座標を求めて 5 点
- 最後まで証明して 5 点