1（35点）

【解答・採点基準】

Ⅰ

問1　$mgR(1-\cos\theta_1)$

問1　4点

問2　力学的エネルギー保存則より

$$\frac{1}{2}mv_0^2=\frac{1}{2}mv_B^2+mgR\left(1-\cos\theta_1\right)$$

$$\therefore v_B=\sqrt{v_0^2-2gR\left(1-\cos\theta_1\right)}\quad\left(\because v_B\geqq 0\right)$$

となる。

(答)　$v_B=\sqrt{v_0^2-2gR\left(1-\cos\theta_1\right)}$

問2　5点

＊力学的エネルギー保存則の立式に2点

＊答に3点

問3　小球と共に運動する観測者からみたとき，小球に働く力は遠心力と重力，レールからの垂直抗力である。よって，小球に働く半径方向の力のつり合いより

$$N=m\frac{v_B^2}{R}+mg\cos\theta_1$$

$$=m\frac{v_0^2}{R}+mg\left(3\cos\theta_1-2\right)\quad\left(\because v_B=\sqrt{v_0^2-2gR\left(1-\cos\theta_1\right)}\right)$$

となる。

(答)　$N=m\frac{v_0^2}{R}+mg\left(3\cos\theta_1-2\right)$

問3　5点

＊力のつり合い式の立式に2点

＊答に3点

問4　レールから離れるとき，N=0となる。よって，問3のθ_1を120°に置き換えて計算すると

$$0=m\frac{v_0^2}{R}+mg(3\cos120^\circ-2)$$

$$\therefore v_0=\sqrt{\frac{7}{2}gR}\quad\left(\because v_0\geqq 0\right)$$

となる。

(答)　$v_0=\sqrt{\frac{7}{2}gR}$

問4　5点

＊力のつり合い式の立式に2点

＊答に3点

Ⅱ

問5　問3と同様にして，レール上の任意の位置における，小球と共に運動する観測者からみた小球に働く力のつり合いを考えると，小球に働く垂直抗力Nは

$$N=m\frac{v_1^2}{R}+mg(3\cos\theta-2)$$

問4　6点

＊任意のθについてNが0以上となることを立式して2点

＊答に4点

と求められる。最高点まで小球がレールから離れないための条件は, $0° \leqq \theta \leqq 180°$において, 常に$N$が0以上であること, つまり

$$N = m\frac{v_1^2}{R} + mg(3\cos\theta - 2)$$
$$\geqq 0$$
$$\therefore v_1 \geqq \sqrt{gR(2 - 3\cos\theta)} \quad (\because v_1 \geqq 0) \quad \cdots①$$

が$0° \leqq \theta \leqq 180°$のどの$\theta$においても成り立つことである。①の右辺が最大となるのは, $\theta = 180°$のときであるから, v_1が満たすべき条件は

$$v_1 \geqq \sqrt{gR(2 - 3\cos 180°)}$$
$$= \sqrt{5gR}$$

となり, この$\sqrt{5gR}$が求める値Vとなる。

(答) $V = \sqrt{5gR}$

問6　小球が点Dを離れてから点Eに到達するまでにかかる時間をt_1とおくと, 鉛直方向について等加速度運動の公式より

$$2R = \frac{1}{2}gt_1^2$$
$$\therefore t_1 = 2\sqrt{\frac{R}{g}} \quad (\because t_1 \geqq 0)$$

である。よって, 求める距離L_1は

$$L_1 = v_2 t_1$$
$$= 2v_2\sqrt{\frac{R}{g}}$$

となる。

(答) $L_1 = 2v_2\sqrt{\frac{R}{g}}$

問6　5点
＊小球が点Dを離れてから点Eに到達するまでにかかる時間に2点
＊答に3点

問7　小球が点Eに到達する直前の，鉛直方向の速さv_Eは鉛直方向について等加速度運動の公式より

$$v_E = gt_1$$

$$= 2\sqrt{gR} \quad \left(\because t_1 = 2\sqrt{\frac{R}{g}}\right)$$

と求められるので，床と衝突した直後の小球の鉛直方向の速さは$2e\sqrt{gR}$となる。また，小球が点Eを離れてから点Fに到達するまでにかかる時間をt_2とおくと，鉛直方向について等加速度運動の公式より

$$0 = 2e\sqrt{gR}\,t_2 - \frac{1}{2}gt_2^2$$

$$\therefore t_2 = 4e\sqrt{\frac{R}{g}} \quad (\because t_2 \neq 0)$$

である。よって，求める距離L_2は

$$L_2 = v_2 t_2$$

$$= 4ev_2\sqrt{\frac{R}{g}}$$

となる。

(答)　$L_2 = 4ev_2\sqrt{\frac{R}{g}}$

問7　5点

＊小球が点Eを離れてから点Fに到達するまでにかかる時間に2点

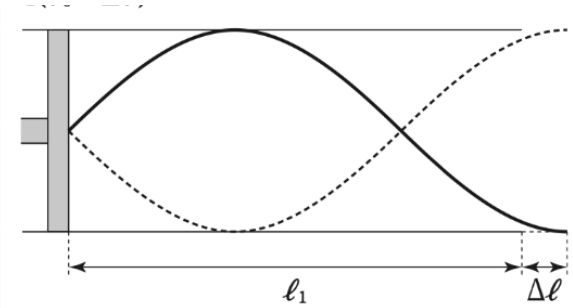
＊答に3点

2（35点）

【解答・採点基準】

問1　波長= $4(l_0+\Delta l)$

問2



問3　図2の結果から，求める波長は $\frac{4}{3}(l_1+\Delta l)$ である。また，管の中に生じる波の波長 $\lambda\left(=\frac{V}{f}\right)$ は一定であるから

$$4(l_0+\Delta l)=\frac{4}{3}(l_1+\Delta l)$$

$$\therefore \Delta l=\frac{l_1-3l_0}{2}$$

となる。

(答) 波長= $\frac{4}{3}(l_1+\Delta l)$ ，$\Delta l=\frac{l_1-3l_0}{2}$

問4　$f=\frac{V}{\lambda}=\frac{V}{4(l_0+\Delta l)}=\frac{3V}{4(l_1+\Delta l)}$ であり，これに問3の結果から $\Delta l=\frac{l_1-3l_0}{2}$ を代入すると $f=\frac{V}{2(l_1-l_0)}$ となる。与えられた数値を代入すると

$$f=\frac{3.4\times10^2\,[\mathrm{m/s}]}{2\times(1.0\,[\mathrm{m}]-0.23\,[\mathrm{m}])}$$

$$\fallingdotseq 2.2\times10^2\,[\mathrm{Hz}]$$

である。

(答) f(文字式)= $f=\frac{V}{2(l_1-l_0)}$ ，

f(数値)= $f=2.2\times10^2\,[\mathrm{Hz}]$

問4［別解］

図 2と問 2の解答の図より，

問1　5点

問2　6点

＊実線と点線の区別は必要ない。腹と節が2つずつある正弦波が1つか2つ書かれていればよい

＊線が開口端補正のところまで伸びていない場合0点

問3　6点

＊波長= $\frac{4}{3}(l_1+\Delta l)$ に2点

＊波長または振動数が一定であることへの言及または式に1点

＊ $\Delta l=\frac{l_1-3l_0}{2}$ に3点

問4　6点

＊ f を(Vと l_0 と Δl)または(Vと l_1 と Δl)のどちらかの組で表して1点

＊ $f=\frac{V}{2(l_1-l_0)}$ に3点

＊ $f=2.2\times10^2\,[\mathrm{Hz}]$ に2点

問4［別解］6点

＊ λ を l_0 と l_1 で表して1

$$\frac{\lambda}{2}=l_1+\Delta l-(l_0+\Delta l)$$

$$\Leftrightarrow \lambda=2(l_1-l_0)$$

なので, $f=\dfrac{V}{2(l_1-l_0)}$ となる。与えられた数値を代入すると

$$f=\frac{3.4\times 10^2\,[\mathrm{m/s}]}{2\times(1.0\,[\mathrm{m}]-0.23\,[\mathrm{m}])}$$

$$\fallingdotseq 2.2\times 10^2\,[\mathrm{Hz}]$$

である。

(答) f(文字式)= $f=\dfrac{V}{2(l_1-l_0)}$,

f(数値)= $f=2.2\times 10^2\,[\mathrm{Hz}]$

点

＊ $f=\dfrac{V}{2(l_1-l_0)}$ に3点

＊ $f=2.2\times 10^2\,[\mathrm{Hz}]$ に2点

問5 振動数= $\dfrac{5V}{6(l_1-l_0)}$

問5 6点

問6 ドップラー効果の式より, 問5で求めた振動数を f' とすると

$$f'=\frac{V}{V-u}f$$

$$\Leftrightarrow \frac{5V}{6(l_1-l_0)}=\frac{V}{V-u}\,\frac{V}{2(l_1-l_0)}$$

$$\therefore u=\frac{2}{5}V$$

となる。

(答) $u=\dfrac{2}{5}V$

問6 6点

＊ドップラー効果への言及または式に2点

＊答に4点

3（30点）

【解答・採点基準】

I

問1　1.7 [A]

問2　2.2 [A]

問3　$R_x = 3.0\ [\Omega],\ I_x = 4.0\ [\mathrm{A}]$

問4

端子ac間の電圧と端子ad間の電圧は等しく，同様に端子bc間の電圧と端子bd間の電圧も等しいので，抵抗 $\mathrm{R_1}, \mathrm{R_2}$ を流れる電流の大きさと抵抗 $\mathrm{R_3}, \mathrm{R_x}$ を流れる電流の大きさをそれぞれ $I_c\ [\mathrm{A}], I_d\ [\mathrm{A}]$ とすると

$$10\ [\Omega]\times I_c\ [\mathrm{A}] = 2.0\ [\Omega]\times I_d\ [\mathrm{A}]$$
$$30\ [\Omega]\times I_c\ [\mathrm{A}] = R_x\ [\Omega]\times I_d\ [\mathrm{A}]$$

が成り立つ。したがって

$$\frac{10\ [\Omega]}{30\ [\Omega]} = \frac{2.0\ [\Omega]}{R_x\ [\Omega]}$$
$$\Leftrightarrow R_x = 6.0\ [\Omega]$$

となる。

(答) $R_x = 6.0\ [\Omega]$

問1　3点

問2　4点

問3　4点(2点×2)

問4　5点

＊「端子ac間の電圧＝端子ad間の電圧」，「端子bc間の電圧＝端子bd間の電圧」の2式に1点×2，または抵抗比の式に2点

＊答に3点

II

問5　1.5×10^{-4} [C]

問6

スイッチ $\mathrm{S_2}$ が開いているとき，端子cを含む孤立部分に蓄えられている電気量の合計は $0\ [\mathrm{C}]$ である。スイッチ $\mathrm{S_2}$ を閉じて十分時間が経過したとき，コンデンサー $\mathrm{C_1}, \mathrm{C_2}$ に蓄えられた電気量をそれぞれ $Q_1\ [\mathrm{C}], Q_2\ [\mathrm{C}]$ とすると，端子ac間の電圧と端子ad間の電圧は等しく，同様に端子bc間の電圧と端子bd間の電圧も等しいので

$$Q_1 = 10\ [\mu\mathrm{F}]\times 20\ [\mathrm{V}]\cdot\frac{2.0\ [\Omega]}{2.0\ [\Omega]+6.0\ [\Omega]}$$
$$= 50\ [\mu\mathrm{C}]$$
$$= 5.0\times10^{-5}\ [\mathrm{C}]$$
$$Q_2 = 30\ [\mu\mathrm{F}]\times 20\ [\mathrm{V}]\cdot\frac{6.0\ [\Omega]}{2.0\ [\Omega]+6.0\ [\Omega]}$$
$$= 450\ [\mu\mathrm{C}]$$
$$= 4.5\times10^{-4}\ [\mathrm{C}]$$

である。よって，コンデンサー $\mathrm{C_1}, \mathrm{C_2}$ の端子c側の極板に蓄えられた電気量はそれぞれ $-5.0\times10^{-5}\ [\mathrm{C}], +4.5\times10^{-4}\ [\mathrm{C}]$ であるから，抵抗 R を流れた電気量の大きさ $q\ [\mathrm{C}]$ は

問5　4点

問6　5点

＊コンデンサー $\mathrm{C_1}, \mathrm{C_2}$ に蓄えられた電気量に1点×2

＊ $q\ [\mathrm{C}]$ に1点

＊向きに2点

$$q = \left|\left(+4.5\times10^{-4} - 5.0\times10^{-5}\right) - 0\right| \text{ [C]}$$
$$= 4.0\times10^{-4} \text{ [C]}$$

となる。スイッチ S_2 を閉じることで端子cを含む孤立していた部分に正の電荷が増加したので, 正の電荷 q [C] が流れたとみなせる向きは「d→c」である。

(答) $q = 4.0\times10^{-4}$ [C], 向き:「d→c」

問7

スイッチ S_2 を閉じても抵抗 R に電流が流れないとき, 端子cを含む孤立していた部分について, 電気量の合計が変化しない。最初, 孤立部分の電気量の合計は 0 [C] であったことから, コンデンサー C_1, C_2 に蓄えられた電気量は等しい。抵抗 R に電流が流れないので, 問4と同様に, 端子ac間の電圧と端子ad間の電圧は等しく, 同様に端子bc間の電圧と端子bd間の電圧も等しい。よって, 抵抗 R_3, R_x を流れる電流の大きさを I [A], コンデンサー C_1, C_2 に蓄えられた電気量を Q' [C] とすると

$$Q' \text{ [C]} \times \frac{1}{1.0\times10^{-5} \text{ [F]}} = 2.0 \text{ [}\Omega\text{]} \times I \text{ [A]}$$
$$Q' \text{ [C]} \times \frac{1}{3.0\times10^{-5} \text{ [F]}} = R_x \text{ [}\Omega\text{]} \times I \text{ [A]}$$

が成り立つ。したがって

$$\frac{\dfrac{1}{1.0\times10^{-5} \text{ [F]}}}{\dfrac{1}{3.0\times10^{-5} \text{ [F]}}} = \frac{2.0 \text{ [}\Omega\text{]}}{R_x \text{ [}\Omega\text{]}}$$
$$\Leftrightarrow R_x = 0.666\cancel{6} \text{ [}\Omega\text{]}$$
$$\fallingdotseq 0.67 \text{ [}\Omega\text{]}$$

となる。

(答) $R_x = 0.67$ [Ω]

問7　5点
＊「端子ac間の電圧＝端子ad間の電圧」,「端子bc間の電圧＝端子bd間の電圧」の2式に1点×2
＊答に3点

[別解]

スイッチ S_2 を閉じても抵抗 R に電流が流れないとき, 端子cを含む孤立していた部分について, 電気量の合計が変化しない。最初, 孤立部分の電気量の合計は 0 [C] であったことから, コンデンサー C_1, C_2 に蓄えられた電気量は等しい。抵抗 R に電流が流れないので, 問4と同様に, 端子bc間の電圧と端子bd間の電圧は等しい。よって, 抵抗 R_3, R_x を流れる電流の大きさを I [A], コンデンサー C_1, C_2 に蓄えられた電気量を Q' [C] とすると

$$Q' \text{ [C]} \times \frac{1}{3.0\times10^{-5} \text{ [F]}} = R_x \text{ [}\Omega\text{]} \times I \text{ [A]}$$

問7[別解]　5点
＊「端子bc間の電圧＝端子bd間の電圧」,または「端子ac間の電圧＝端子ad間の電圧」の式に1点
＊コンデンサー C_1, C_2 に蓄えられた電気量に1点
＊答に3点

が成り立つ。ここで, 問5と同様の議論から $Q' = 1.5\times10^{-4}\ [\mathrm{C}]$ であり, キルヒホッフの第二法則より $I = \dfrac{20\ [\mathrm{V}]}{2.0\ [\Omega] + R_x\ [\Omega]}$ であるから, 上式に代入して

$$1.5\times10^{-4}\ [\mathrm{C}]\times\frac{1}{3.0\times10^{-5}\ [\mathrm{F}]} = R_x\ [\Omega]\times\frac{20\ [\mathrm{V}]}{2.0\ [\Omega] + R_x\ [\Omega]}$$

$$\Leftrightarrow R_x = 0.666\cdots\ [\Omega]$$

$$\fallingdotseq 0.67\ [\Omega]$$

となる。

(答) $R_x = 0.67\ [\Omega]$