２０２５年度　第１回千葉大学本番レベル模試・数学

解答・採点基準

全９問

Ⅰ　（５０点）

【解答・採点基準】

※特に記載がない限り，導出過程と結論の両方が正しい場合にその配点要素を加点する

(1)

$y=f(x)$ は2点 A, B を通るから，

$$f(\cos\theta-2)=1$$

$$\Leftrightarrow \cos^2\theta-4\cos\theta+a(\cos\theta-2)+b+3=0 \quad \cdots ①$$

$$f(1)=-\cos 2\theta+8\cos\theta-6$$

$$\Leftrightarrow 2\cos^2\theta-8\cos\theta+a+b+6=0 \quad \cdots ②$$

となる。①，②を a, b について解くと，$\cos\theta\neq 3$ より

$(a, b)=(\cos\theta-1, -2\cos^2\theta+7\cos\theta-5)$ (A)である。また，

$y=f(x)=\left(x+\frac{a}{2}\right)^2-\frac{a^2}{4}+b$ より点 G の座標は，

$$\left(-\frac{a}{2}, -\frac{a^2}{4}+b\right)=\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos\theta, -\frac{9}{4}\cos^2\theta+\frac{15}{2}\cos\theta-\frac{21}{4}\right)$$

となる。

(答) $\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos\theta, -\frac{9}{4}\cos^2\theta+\frac{15}{2}\cos\theta-\frac{21}{4}\right)$ (B)

(1)　20 点 (A)(B)

(A) (a, b) を θ を用いて表して
‥10 点(完答)

(B)答‥10 点(完答)

(2)

点 G の座標を (x, y) とおくと(1)より

$$x=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos\theta$$

(2)　30 点 (A)(B)(C)

$\therefore \cos\theta = 1-2x$ (A)

$$y = -\frac{9}{4}\cos^2\theta + \frac{15}{2}\cos\theta - \frac{21}{4}$$
$$= -\frac{9}{4}(1-2x)^2 + \frac{15}{2}(1-2x) - \frac{21}{4}$$
$$= -9x^2 - 6x \text{ (B)}$$

となる。ここで，$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき $-1 \leqq \cos\theta \leqq 1$ であるから $0 \leqq x \leqq 1$ である。したがって，求める点 G の軌跡は放物線 $y = -9x^2 - 6x$ の $0 \leqq x \leqq 1$ の部分(C)である。また，この上のどの点に対しても，その点が点 G となるような θ が存在する。

(答) 放物線 $y = -9x^2 - 6x$ の $0 \leqq x \leqq 1$ の部分

(A) $\cos\theta$ を x で表して‥5 点

(B) $y = -9x^2 - 6x$ ‥15 点

(C) x の範囲を求めて‥10 点

2 （５０点）

【解答・採点基準】

※特に記載がない限り，導出過程と結論の両方が正しい場合にその配点要素を加点する

(1)

1 回の試行で袋から赤球を取り出し，コインで表が出る事象を A，袋から赤球を取り出し，コインで裏が出る事象を B，袋から白球を取り出す事象を C とおく。また，たとえば 3 回の試行で A, B, C が起こる事象を (A, B, C) のように表すこととする。

A が起こるとき，1 回の試行における獲得点数は 3 点であり，その確率は

$$\frac{3}{6}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$$

となる。B が起こるとき，1 回の試行における獲得点数は 2 点であり，その確率は

$$\frac{3}{6}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$$

となる。C が起こるとき，1 回の試行における獲得点数は 1 点であり，その確率は

$$\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

となる。獲得した点数が 4 点となるのは，(B, C, C) の事象が起きるとき(A)であるため，求める確率は，

$${}_3C_1\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^2 \text{(B)}=\frac{3}{16}$$

となる。

(答) $\frac{3}{16}$ (C)

(1)　20 点 (A)(B)(C)

(A)条件を満たす事象の組み合わせを求めて‥5 点

(B)求める確率について立式して‥5 点

(C)答‥10 点

(2)

4 回の試行で獲得した点数が 3 の倍数となるのは，

(A, A, A, A), (A, A, B, C), (A, B, B, B), (A, C, C, C), (B, B, C, C) の事象が起きるとき(A)である。

(2)　30 点 (A)(B)(C)

(A)条件を満たす事象の組み合わせをすべて求めて‥10 点(完答)

[1] (A, A, A, A) が起こる確率は,

$$\left(\frac{1}{4}\right)^4 = \frac{1}{256}$$ (B1/5)

である。

[2] (A, A, B, C) が起こる確率は,

$${}_4C_2 \cdot {}_2C_1 \left(\frac{1}{4}\right)^2 \left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{32}$$ (B2/5)

である。

[3] (A, B, B, B) が起こる確率は,

$${}_4C_1 \left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{64}$$ (B3/5)

である。

[4] (A, C, C, C) が起こる確率は,

$${}_4C_1 \left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$$ (B4/5)

である。

[5] (B, B, C, C) が起こる確率は,

$${}_4C_2 \left(\frac{1}{4}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{32}$$ (B5/5)

である。

以上[1]から[5]より，これらの事象は互いに排反であるから，求める確率は,

$$\frac{1}{256} + \frac{3}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{8} + \frac{3}{32} = \frac{85}{256}$$

となる。

(答) $\frac{85}{256}$ (C)

(B)条件を満たす事象の確率をそれぞれ求めて‥10 点(各 2 点×5)

(C)答‥10 点

3 （５０点）

【解答・採点基準】

※特に記載がない限り，結論とその導出過程の両方が正しい場合にその配点要素を加点する

(1)

$y=f(x)$ のグラフと $y=g(x)$ のグラフの共有点の個数は，3次方程式 $f(x)=g(x)$ の異なる実数解の個数に等しい。この方程式を変形すると

$$2x^3-x^2-4x=4x+a$$
$$\Leftrightarrow 2x^3-x^2-8x=a$$

となる。よって，曲線 $y=2x^3-x^2-8x$ と直線 $y=a$ の共有点の個数を考えればよい。(A) $y=2x^3-x^2-8x$ を x で微分すると，

$$y'=6x^2-2x-8$$
$$=2(3x-4)(x+1)$$

となるから，増減表は次のようになる。

x	$\cdots$	-1	$\cdots$	$\frac{4}{3}$	$\cdots$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	↗	5	↘	$-\frac{208}{27}$	↗

(B)

したがって，曲線 $y=2x^3-x^2-8x$ のグラフは次図のようになる。

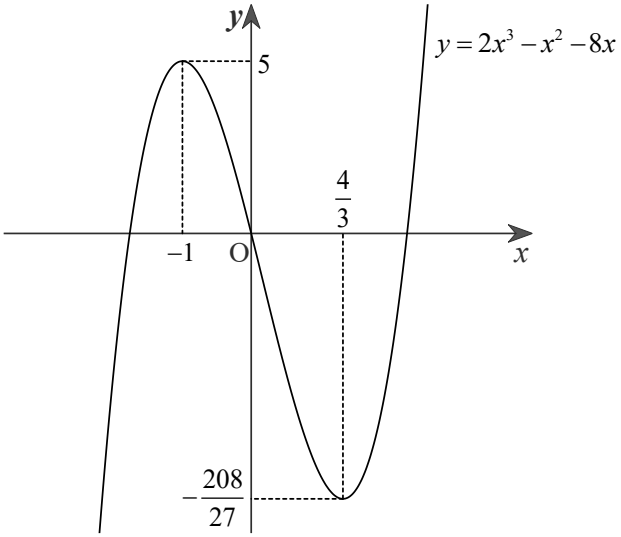
(1)　25 点 (A)(B)(C)

(A)曲線 $y=2x^3-x^2-8x$ と直線 $y=a$ の共有点の個数を考える方針‥5 点

(B) $y=2x^3-x^2-8x$ の増減表をかいて‥10 点

・$x=-1,\ \frac{4}{3}$ のときの y の値は増減表以外の箇所に示されていても可

・$x=-1,\ \frac{4}{3}$ のときの y の値が誤っている場合は 7 点



前図より，$y=f(x)$ のグラフと $y=g(x)$ のグラフの共有点の個数は

$-\frac{208}{27}<a<5$ のとき　3 個(C 1/3)

$a=-\frac{208}{27},\ 5$ のとき　2 個(C 2/3)

$a<-\frac{208}{27},\ 5<a$ のとき　1 個(C 3/3)

である。

(答) 前述

(C)答‥10 点(完答)

(1)[別解]

$y=f(x)$ のグラフと $y=g(x)$ のグラフが接するときの a の値を考える。$y=g(x)$ のグラフの傾きは 4 であるから，接点の x 座標は

$$f'(x)=4$$
$$\Leftrightarrow 6x^2-2x-8=0$$
$$\Leftrightarrow 2(x+1)(3x-4)=0$$

$$\therefore x=-1,\ \frac{4}{3}\ \text{(D)}$$

である。接点の x 座標が -1 であるとき

$$f(-1)=g(-1)$$
$$\Leftrightarrow 1=-4+a$$
$$\therefore a=5\ \text{(E 1/2)}$$

であり，接点の x 座標が $\frac{4}{3}$ であるとき

(1)[別解]　25 点 (D)(E)(F)(C)

(D) $y=f(x)$ のグラフと $y=g(x)$ のグラフが接するときの接点の x 座標を求めて‥5 点(完答)

(E) $y=f(x)$ のグラフと $y=g(x)$ のグラフが接するときの a の値を求めて‥5 点(完答)

$$f\left(\frac{4}{3}\right)=g\left(\frac{4}{3}\right)$$

$$\Leftrightarrow -\frac{64}{27}=\frac{16}{3}+a$$

$$\therefore a=-\frac{208}{27}$$ (E 2/2)

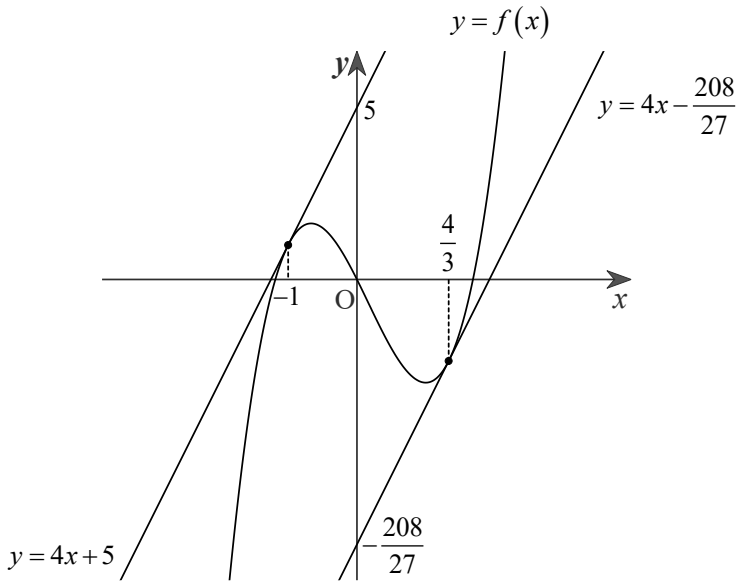
である。次に，$f(x)$ を微分すると

$$f'(x)=6x^2-2x-4$$
$$=2(x-1)(3x+2)$$

となるから，$f(x)$ の増減表は次表のようになる。

x	$\cdots$	$-\frac{2}{3}$	$\cdots$	1	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗	極大	↘	極小	↗

以上より，座標平面上に $y=f(x)$ のグラフと直線 $y=4x+5$，直線 $y=4x-\frac{208}{27}$ を図示すると次図のようになる。



(F)

前図より，$y=f(x)$ のグラフと $y=g(x)$ のグラフの共有点の個数は

$-\frac{208}{27}<a<5$ のとき　　3 個(C 1/3)

(F) $y=f(x)$ のグラフの概形を示して‥5 点

$a=-\dfrac{208}{27}$, 5 のとき　　2 個(C 2/3)

$a<-\dfrac{208}{27}$, $5<a$ のとき　1 個(C 3/3)

である。

(答) 前述

(C)答‥10 点(完答)

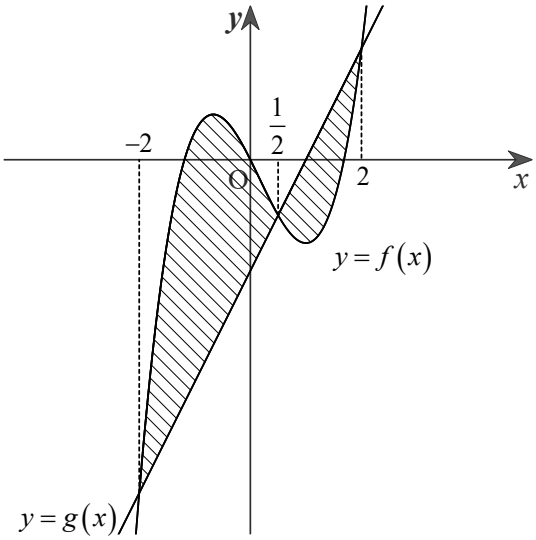
(2)

$a=-4$ のとき，$y=f(x)$ のグラフと $y=g(x)$ のグラフの共有点の x 座標は

$$f(x)=g(x)$$
$$\Leftrightarrow 2x^3-x^2-8x+4=0$$
$$\Leftrightarrow (2x-1)(x+2)(x-2)=0$$

$$\therefore x=-2,\ \frac{1}{2},\ 2 \text{ (A)}$$

である。よって，面積を求める図形を座標平面上に図示すると，次図の斜線部のようになる。



(B)

したがって，求める面積の和を S とおくと

$$S=\int_{-2}^{\frac{1}{2}}\{f(x)-g(x)\}dx+\int_{\frac{1}{2}}^{2}\{g(x)-f(x)\}dx \text{ (C)}$$

$$=\int_{-2}^{\frac{1}{2}}(2x^3-x^2-8x+4)dx-\int_{\frac{1}{2}}^{2}(2x^3-x^2-8x+4)dx$$

$$=\left[\frac{1}{2}x^4-\frac{1}{3}x^3-4x^2+4x\right]_{-2}^{\frac{1}{2}}-\left[\frac{1}{2}x^4-\frac{1}{3}x^3-4x^2+4x\right]_{\frac{1}{2}}^{2}$$

(2)　25 点 (A)(B)(C)(D)

(A) $y=f(x)$ のグラフと $y=g(x)$ のグラフの共有点の x 座標を求めて‥5 点(完答)

(B)面積を求める図形を図示して‥5 点

(C)求める面積について立式して‥5 点

である。ここで，$H(x)=\frac{1}{2}x^4-\frac{1}{3}x^3-4x^2+4x$ とおくと

$$
\begin{aligned}
S &= H\left(\frac{1}{2}\right)-H(-2)-H(2)+H\left(\frac{1}{2}\right) \\
&= 2H\left(\frac{1}{2}\right)-\{H(2)+H(-2)\} \\
&= 2\left(\frac{1}{32}-\frac{1}{24}-1+2\right)-2(8-16) \\
&= \frac{95}{48}+16 \\
&= \frac{863}{48}
\end{aligned}
$$

となる。

(答) $\frac{863}{48}$ (D)

(D)答‥10 点

4 （６０点）

【解答・採点基準】

※特に記載がない限り，結論とその導出過程の両方が正しい場合にその配点要素を加点する

(1)

$f'(x)=e^{-x}(\cos x-\sin x)$ (A)であるから，ℓ の方程式は，

$$y-f(t)=f'(t)(x-t)$$
$$\Leftrightarrow y-e^{-t}\sin t=e^{-t}(\cos t-\sin t)(x-t)$$
$$\Leftrightarrow y=e^{-t}(\cos t-\sin t)x+e^{-t}\{(t+1)\sin t-t\cos t\}$$

である。

(答) $y=e^{-t}(\cos t-\sin t)x+e^{-t}\{(t+1)\sin t-t\cos t\}$ (B)

(1)　12 点 (A)(B)

(A) $f'(x)$ を求めて‥6 点

(B)答‥6 点

(2)

(1)より，ℓ の y 切片は $g(t)=e^{-t}\{(t+1)\sin t-t\cos t\}$ となる。よって

$$g'(t)=(e^{-t})'\{(t+1)\sin t-t\cos t\}+e^{-t}\{(t+1)\sin t-t\cos t\}'$$
$$=-e^{-t}\{(t+1)\sin t-t\cos t\}$$
$$+e^{-t}\{\sin t+(t+1)\cos t-\cos t+t\sin t\}$$
$$=2te^{-t}\cos t \text{ (A)}$$

であるから，n を自然数として増減表を書くと次表のようになる。

t	(0)	$\cdots$	$\frac{\pi}{2}$	$\cdots$	$\frac{3\pi}{2}$	$\cdots$
$g'(t)$	(0)	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(t)$	(0)	↗		↘		↗

$\cdots$	$\cdots$	$2n\pi+\frac{\pi}{2}$	$\cdots$	$2n\pi+\frac{3\pi}{2}$	$\cdots$
	$+$	0	$-$	0	
	↗		↘		

(B)

(2)　30 点 (A)(B)(C)(D)

(A) $g'(t)$ を求めて‥6 点

(B) $g(t)$ の増減を調べて‥9 点

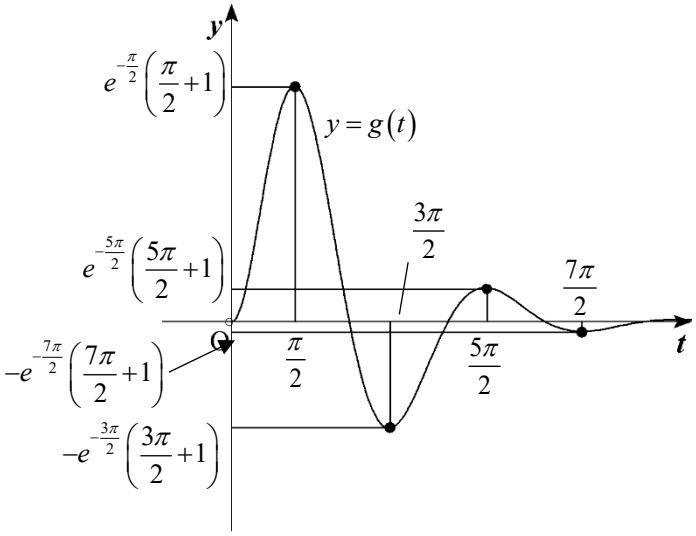
ここで

$$\begin{cases} g\left(2n\pi+\dfrac{\pi}{2}\right)=e^{-\left(2n\pi+\frac{\pi}{2}\right)}\left(2n\pi+\dfrac{\pi}{2}+1\right) \\ g\left(2n\pi+\dfrac{3\pi}{2}\right)=-e^{-\left(2n\pi+\frac{3\pi}{2}\right)}\left(2n\pi+\dfrac{3\pi}{2}+1\right) \end{cases}$$

である。また $h(t)=e^{-t}(t+1)$ とすると，$t>0$ の範囲で $h(t)>0$ で，$h'(t)=-te^{-t}<0$ より単調減少(C)である。ここで

$$\begin{cases} g\left(2n\pi+\dfrac{\pi}{2}\right)=h\left(2n\pi+\dfrac{\pi}{2}\right) \\ g\left(2n\pi+\dfrac{3\pi}{2}\right)=-h\left(2n\pi+\dfrac{3\pi}{2}\right) \end{cases}$$

であることに注意すると，$y=g(t)$ のグラフの概形は次図のようになる。



(D)

(答) 前図

(C) $g(t)$ の極値の絶対値が単調減少であることを示して‥6 点

(D) $y=g(t)$ のグラフを図示して‥9 点

・極値が減衰していることがわかれば具体的な極値が書き込まれていなくても可

(3)

y_0 が満たすべき条件は，$g(t)=y_0$ となる $t>0$ の個数がちょうど2個になることである。(A)曲線 $y=g(t)\ (t>0)$ と直線 $y=y_0$ の共有点の個数が $g(t)=y_0$ を満たす $t>0$ の個数であることに気をつけると，(2)のグラフより，共有点が2個となるような y_0 の値の範囲は

$$g\left(\frac{3\pi}{2}\right)<y_0<g\left(\frac{7\pi}{2}\right),\ g\left(\frac{5\pi}{2}\right)<y_0<g\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow -e^{-\frac{3\pi}{2}}\left(\frac{3\pi}{2}+1\right)<y_0<-e^{-\frac{7\pi}{2}}\left(\frac{7\pi}{2}+1\right),$$

$$e^{-\frac{5\pi}{2}}\left(\frac{5\pi}{2}+1\right)<y_0<e^{-\frac{\pi}{2}}\left(\frac{\pi}{2}+1\right)$$

である。

(3) 18 点 (A)(B)

(A)条件を言い換えて‥6 点

(答) $-e^{-\frac{3\pi}{2}}\left(\frac{3\pi}{2}+1\right)<y_0<-e^{-\frac{7\pi}{2}}\left(\frac{7\pi}{2}+1\right),\ e^{-\frac{5\pi}{2}}\left(\frac{5\pi}{2}+1\right)<y_0<e^{-\frac{\pi}{2}}\left(\frac{\pi}{2}+1\right)$

(B)

(B)答‥12 点

5 （６０点）

【解答・採点基準】

※特に記載がない限り，結論とその導出過程の両方が正しい場合にその配点要素を加点する

(1)

k を n 以下の自然数として，$b_k=|b_{k-1}-a_{k-1}|,\ 1\leqq a_{k-1}\leqq 6$ より，

$0\leqq b_{k-1}\leqq 6 \Rightarrow 0\leqq b_k\leqq 6$ が成り立つ。これと $b_0=0$ より，帰納的に

$0\leqq b_n\leqq 6$ が成り立つ。b_n の値で場合分けして，$b_{n+1}=0$ となる確率を考える。

[1] $b_n=0$ のとき

$b_{n+1}=a_n$ より，$b_{n+1}=0$ とはならない(A)。

[2] $1\leqq b_n\leqq 6$ のとき

$a_n=b_n$ のときのみ $b_{n+1}=0$ となるから，その確率は $\dfrac{1}{6}$ (B)である。

以上, [1], [2]より，

$$p_{n+1}=0\cdot p_n+\frac{1}{6}\cdot(1-p_n)$$
$$\Leftrightarrow p_{n+1}=-\frac{1}{6}p_n+\frac{1}{6}$$

$$\therefore p_{n+1}-\frac{1}{7}=-\frac{1}{6}\left(p_n-\frac{1}{7}\right)\ \text{(C)}$$

である。これと $p_1=0$ より，数列 $\left\{p_n-\dfrac{1}{7}\right\}$ は初項 $-\dfrac{1}{7}$，公比 $-\dfrac{1}{6}$ の等比数列であるから，

$$p_n-\frac{1}{7}=-\frac{1}{7}\left(-\frac{1}{6}\right)^{n-1}$$
$$\therefore p_n=-\frac{1}{7}\left(-\frac{1}{6}\right)^{n-1}+\frac{1}{7}$$

となる。

(答) $p_n=-\dfrac{1}{7}\left(-\dfrac{1}{6}\right)^{n-1}+\dfrac{1}{7}$ (D)

(1)　24 点 (A)(B)(C)(D)

(A) $b_n=0$ のとき確率0‥6 点

(B) $1\leqq b_n\leqq 6$ のとき確率 $\dfrac{1}{6}$‥6 点

(C)等比数列の形に変形‥6 点

(D)答‥6 点

(2)

b_n の値で場合分けして，b_{n+1} が6の倍数となる確率を考える。

(2)　12 点 (A)(B)

[1] $b_n=0$ のとき

$a_n=6$ のときのみ b_{n+1} が 6 の倍数となるから，その確率は $\boxed{\dfrac{1}{6}}$

(A 1/2)である。

[2] $1 \leqq b_n \leqq 6$ のとき

$a_n=b_n$ のときのみ b_{n+1} が 6 の倍数となるから，その確率は $\boxed{\dfrac{1}{6}}$

(A 2/2)である。

以上, [1], [2]より,

$$q_{n+1}=\frac{1}{6}\cdot p_n+\frac{1}{6}\cdot(1-p_n)$$
$$=\frac{1}{6}$$

である。$q_1=\dfrac{1}{6}$ より $q_n=\dfrac{1}{6}$ となる。

(答) $\boxed{q_n=\dfrac{1}{6}}$(B)

(A)いずれの場合も確率 $\dfrac{1}{6}$・・6 点(完答)

(B)答・・6 点

(3)

b_n で場合分けして，$b_{n+1}=1$ となる確率を考える。

[1] b_n が 6 の倍数のとき

$b_n=0$ のとき，$a_n=1$ のときのみ $b_{n+1}=1$ となる。また，$b_n=6$ のとき，$a_n=5$ のときのみ $b_{n+1}=1$ となる。よって，b_n が 6 の倍数のときに $b_{n+1}=1$ となる確率は $\boxed{\dfrac{1}{6}}$(A 1/2)である。

[2] $b_n=1$ のとき

$a_n=2$ のときのみ $b_{n+1}=1$ となるから，その確率は $\boxed{\dfrac{1}{6}}$(A 2/2)である。

[3] $2 \leqq b_n \leqq 5$ のとき

$a_n=b_n \pm 1$ のときのみ $b_{n+1}=1$ となるから，その確率は $\boxed{\dfrac{1}{3}}$(B)である。

以上, [1], [2], [3]より,

$$r_{n+1}=\frac{1}{6}\cdot q_n+\frac{1}{6}\cdot r_n+\frac{1}{3}(1-q_n-r_n)$$
$$=\frac{11}{36}-\frac{1}{6}r_n\left(\because q_n=\frac{1}{6}\right)$$

(3)　24 点 (A)(B)(C)(D)

(A) b_n が 6 の倍数のとき，$b_n=1$ のとき確率 $\dfrac{1}{6}$・・6 点(完答)

(B) $2 \leqq b_n \leqq 5$ のとき確率 $\dfrac{1}{3}$・・6 点

$$\therefore r_{n+1}-\frac{11}{42}=-\frac{1}{6}\left(r_n-\frac{11}{42}\right)$$ (C)

である。これと $r_1=\frac{1}{6}$ より，数列 $\left\{r_n-\frac{11}{42}\right\}$ は初項 $-\frac{2}{21}$，公比 $-\frac{1}{6}$ の等比数列であるから，

$$r_n-\frac{11}{42}=-\frac{2}{21}\left(-\frac{1}{6}\right)^{n-1}$$
$$\therefore r_n=-\frac{2}{21}\left(-\frac{1}{6}\right)^{n-1}+\frac{11}{42}\ (n\geqq 2)$$

となる。

(答) $r_n=-\frac{2}{21}\left(-\frac{1}{6}\right)^{n-1}+\frac{11}{42}$ (D)

(C)等比数列の形に変形‥6 点

(D)答‥6 点

6 （６０点）

【解答・採点基準】

※特に記載がない限り，結論とその導出過程の両方が正しい場合にその配点要素を加点する

(1)

△ $A_0B_0C_0$ は $A_0B_0 = A_0C_0$ の二等辺三角形であるから，

$$\angle A_0B_0C_0 = \frac{1}{2}\left(\pi - \angle B_0A_0C_0\right) = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}\theta_0$$

となる。また，円の外部にある1点から円に対して2本の接線を引いたとき，その点から接点までの距離は等しい。よって△ $B_0A_1C_1$ は $B_0A_1 = B_0C_1$ の二等辺三角形であり，

$$\angle B_0A_1C_1 = \frac{1}{2}\left(\pi - \angle A_0B_0C_0\right) = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{4}\theta_0$$

が言える。同様に二等辺三角形 $C_0A_1B_1$ から $\angle C_0A_1B_1 = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{4}\theta_0$ が言えるから，

$$\angle B_1A_1C_1 + \angle B_0A_1C_1 + \angle C_0A_1B_1 = \pi$$
$$\Leftrightarrow \theta_1 + \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{4}\theta_0\right) + \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{4}\theta_0\right) = \pi$$
$$\Leftrightarrow \theta_1 = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}\theta_0$$

を得る。

(答) $\theta_1 = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}\theta_0$ (A)

(1) 6点 (A)

(A)答‥6点

(2)

接弦定理より $\angle B_0A_1C_1 = \angle A_1B_1C_1$, $\angle C_0A_1B_1 = \angle A_1C_1B_1$ である。また，(1)より $\angle B_0A_1C_1 = \angle C_0A_1B_1$ であるから，$\angle A_1B_1C_1 = \angle A_1C_1B_1$ を得る。したがって，△ $A_1B_1C_1$ は二等辺三角形であり，帰納的に△ $A_kB_kC_k$ も二等辺三角形である(A)。よって二等辺三角形 $A_kB_kC_k$ によって定まる二等辺三角形 $A_{k+1}B_{k+1}C_{k+1}$ の頂角についても(1)と同様

(2) 24点 (A)(B)(C)

(A)△ $A_kB_kC_k$ が二等辺三角形であることを述べて‥6点

の議論ができて $\theta_{k+1}=\frac{\pi}{2}-\frac{1}{2}\theta_k$ (B)を得る。したがって，$k\geqq 0$ において，$\theta_{k+1}=\frac{\pi}{2}-\frac{1}{2}\theta_k$ が成り立つ。

$$\theta_{k+1}=\frac{\pi}{2}-\frac{1}{2}\theta_k \Leftrightarrow \theta_{k+1}-\frac{\pi}{3}=-\frac{1}{2}\left(\theta_k-\frac{\pi}{3}\right)$$

より，数列 $\left\{\theta_k-\frac{\pi}{3}\right\}$ は初項 $\theta_0-\frac{\pi}{3}$，公比 $-\frac{1}{2}$ の等比数列であるから，

$$\theta_k-\frac{\pi}{3}=\left(-\frac{1}{2}\right)^k\left(\theta_0-\frac{\pi}{3}\right)\Leftrightarrow \theta_k=\left(-\frac{1}{2}\right)^k\left(\theta_0-\frac{\pi}{3}\right)+\frac{\pi}{3}$$

を得る。

(答) $\theta_k=\left(-\frac{1}{2}\right)^k\left(\theta_0-\frac{\pi}{3}\right)+\frac{\pi}{3}$ (C)

(B) $\theta_{k+1}=\frac{\pi}{2}-\frac{1}{2}\theta_k$ を導いて‥9 点

(C)答‥9 点

(3)

$\triangle A_{k+1}B_{k+1}C_{k+1}$ は $A_{k+1}B_{k+1}=A_{k+1}C_{k+1}$ を満たし，頂角が $\angle C_{k+1}A_{k+1}B_{k+1}=\theta_{k+1}$ の二等辺三角形である。$\triangle B_kA_{k+1}C_{k+1}$ について，円の外部にある 1 点から円に対して 2 本の接線を引いたとき，その点から接点までの距離は等しいため $B_kA_{k+1}=B_kC_{k+1}$ が成り立つ。頂角については，

$$\angle A_{k+1}B_kC_{k+1}=\frac{1}{2}\left(\pi-\angle B_kA_kC_k\right)=\theta_{k+1}$$

が成り立つ。したがって，$\triangle A_{k+1}B_{k+1}C_{k+1}$ と $\triangle B_kA_{k+1}C_{k+1}$ は相似である。対称性から A_{k+1} は辺 B_kC_k の中点であり，$A_{k+1}B_k=a_k\sin\frac{1}{2}\theta_k$ であるため

$$A_{k+1}B_k : B_{k+1}A_{k+1}=A_{k+1}C_{k+1} : B_{k+1}C_{k+1}$$
$$\Leftrightarrow a_k\sin\frac{1}{2}\theta_k : a_{k+1}=a_{k+1} : 2a_{k+1}\sin\frac{1}{2}\theta_{k+1}$$

$$\Leftrightarrow a_{k+1}=2a_k\sin\frac{1}{2}\theta_k\sin\frac{1}{2}\theta_{k+1} \text{ (A)} \quad (\because a_{k+1}>0)$$

を得る。これと $\theta_{k+1}=\frac{\pi}{2}-\frac{1}{2}\theta_k$ を用いて，

(3)　18 点 (A)(B)

(A) $a_{k+1}=2a_k\sin\frac{1}{2}\theta_k\sin\frac{1}{2}\theta_{k+1}$ を導いて‥9 点

$$
\begin{aligned}
a_{k+1}\sin\theta_{k+1}\sin\theta_{k+2} &= a_{k+1}\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{1}{2}\theta_k\right)\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{1}{2}\theta_{k+1}\right)\\
&= a_{k+1}\cos\frac{1}{2}\theta_k\cos\frac{1}{2}\theta_{k+1}\\
&= 2a_k\sin\frac{1}{2}\theta_k\sin\frac{1}{2}\theta_{k+1}\cos\frac{1}{2}\theta_k\cos\frac{1}{2}\theta_{k+1}\\
&= 2a_k\cdot\frac{1}{2}\sin\theta_k\cdot\frac{1}{2}\sin\theta_{k+1}\\
&= \frac{1}{2}a_k\sin\theta_k\sin\theta_{k+1}
\end{aligned}
$$

が得られる。よって，数列 $\{a_k\sin\theta_k\sin\theta_{k+1}\}$ は初項

$$
a_0\sin\theta_0\sin\theta_1 = a_0\sin\theta_0\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{1}{2}\theta_0\right) = a_0\sin\theta_0\cos\frac{1}{2}\theta_0
$$

公比 $\frac{1}{2}$ の等比数列であるから，

$$
a_k\sin\theta_k\sin\theta_{k+1} = \left(\frac{1}{2}\right)^k a_0\sin\theta_0\cos\frac{1}{2}\theta_0 \text{(B)}
$$

である。

(答) $a_k\sin\theta_k\sin\theta_{k+1} = \left(\frac{1}{2}\right)^k a_0\sin\theta_0\cos\frac{1}{2}\theta_0$

(B)答‥9 点

(4)

(2)より $\theta_k - \frac{\pi}{3} = \left(-\frac{1}{2}\right)^k\left(\theta_0 - \frac{\pi}{3}\right)$ であり，(3)より

$a_k = \dfrac{a_0\sin\theta_0\cos\frac{1}{2}\theta_0}{2^k\sin\theta_k\sin\theta_{k+1}} = \dfrac{a_0\sin\theta_0\cos\frac{1}{2}\theta_0}{2^k\sin\theta_k\cos\frac{1}{2}\theta_k}$ である。また $\lim_{k\to\infty}\theta_k = \frac{\pi}{3}$ である

から，

$$
\begin{aligned}
\lim_{k\to\infty}\frac{a_k(-1)^k}{\theta_k-\frac{\pi}{3}} &= \lim_{k\to\infty}\frac{a_0\sin\theta_0\cos\frac{1}{2}\theta_0}{\left(\theta_0-\frac{\pi}{3}\right)\sin\theta_k\cos\frac{1}{2}\theta_k}\\
&= \frac{a_0\sin\theta_0\cos\frac{1}{2}\theta_0}{\left(\theta_0-\frac{\pi}{3}\right)\sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{6}}\\
&= \frac{4a_0\sin\theta_0\cos\frac{1}{2}\theta_0}{3\theta_0-\pi}\text{(A)}
\end{aligned}
$$

である。

(4)　12 点（A）

(A) 答‥12 点

(答) $\dfrac{4a_0 \sin\theta_0 \cos\dfrac{1}{2}\theta_0}{3\theta_0 - \pi}$

7 （６０点）

【解答・採点基準】

※特に記載がない限り，結論とその導出過程の両方が正しい場合にその配点要素を加点する

(1)

$w=\dfrac{k(4z-3i)}{z-1}$ より，

$$(z-1)w=k(4z-3i)$$
$$\Leftrightarrow (w-4k)z=w-3ki$$

である。ここで，$w=4k$ と仮定すると，上式の左辺は 0 であるのに対し，右辺は $4k-3ki\neq 0\ (\because k\neq 0)$ であるから，$w\neq 4k$ である。したがって，

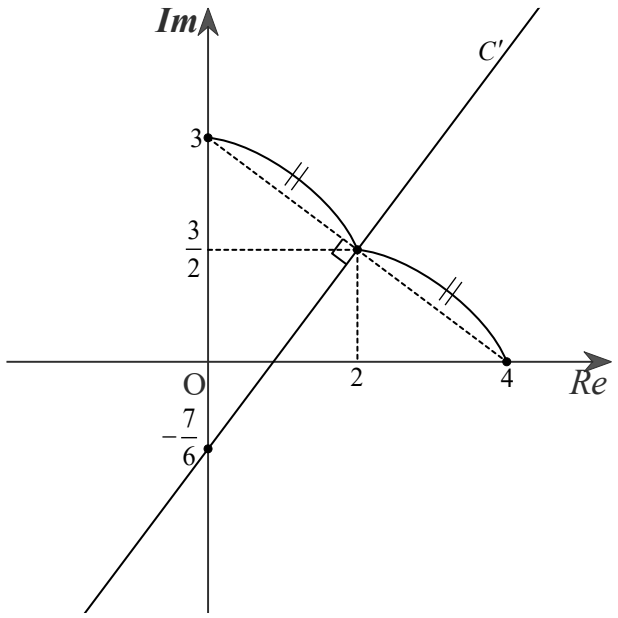
$$z=\frac{w-3ki}{w-4k}\ \text{(A)}$$

と表せる。いま，$|z|=1$ であるから，

$$\left|\frac{w-3ki}{w-4k}\right|=1$$

$$\Leftrightarrow |w-4k|=|w-3ki|\ \text{(B)} \qquad \cdots ①$$

となる。よって $k=1$ のとき，w は複素数平面上において，点 4 と点 $3i$ を結ぶ線分の垂直二等分線を描く。図示すると，次図のようになる。



(1)　24 点 (A)(B)(C)

(A) z と w の関係式を z について整理して‥6 点

(B) w が点 $4k$ と点 $3ki$ の垂直二等分線であることを示す式を導いて‥6 点

・$k=1$ を代入していても可

(C) C' を図示して‥12 点

(C)

(答) 前図

(2)

点 w を点 1 を中心に反時計回りに $\frac{\pi}{2}$ だけ回転した点を w' とおくと，

$$w' = i(w-1)+1$$
$$\Leftrightarrow w = \frac{w'-1}{i}+1$$
$$\therefore w = -w'i+1+i \text{ (A)}$$

が成り立つ。したがって，①より，

$$|-w'i+1+i-4k| = |-w'i+1+i-3ki|$$
$$\Leftrightarrow |w'-1-(4k-1)i| = |w'+(3k-1)+i|$$

となる。よって，w' の描く図形すなわち C'' は点 $1+(4k-1)i$ と点 $-(3k-1)-i$ を結ぶ線分の垂直二等分線である。(B) 2 点の中点は，

$$\frac{1}{2}\{1+(4k-1)i-(3k-1)-i\} = \frac{-3k+2}{2}+(2k-1)i$$

であり，2 点を結ぶ線分の傾きは，

$$\frac{(4k-1)-(-1)}{1+(3k-1)} = \frac{4}{3} \ (\because k \neq 0)$$

であるから，実数 x, y を用いて $w' = x+yi$ とおくと，

$$y = -\frac{3}{4}\left(x-\frac{-3k+2}{2}\right)+2k-1$$
$$\Leftrightarrow 3x+4y-\frac{7}{2}k+1 = 0$$

が成り立つ。以上より，C'' と原点との距離は，

$$\frac{\left|3\cdot 0+4\cdot 0-\frac{7}{2}k+1\right|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \left|\frac{7}{10}k-\frac{1}{5}\right| \text{ (C)}$$

と表され，円 C と C'' が共有点をもつとき，

$$\left|\frac{7}{10}k-\frac{1}{5}\right| \leqq 1$$
$$\Leftrightarrow -1 \leqq \frac{7}{10}k-\frac{1}{5} \leqq 1$$
$$\therefore -\frac{8}{7} \leqq k \leqq \frac{12}{7}$$

(2) 36 点 (A)(B)(C)(D)

(A) w と w' の関係式を w について整理して‥9 点

(B) C'' の概形を式や言葉などで示して‥9 点

(C) 円 C の中心と C'' との距離を k を用いて表して‥9 点

となる。$k \neq 0$ より，k の取りうる値の範囲は $-\frac{8}{7} \leqq k < 0,\ 0 < k \leqq \frac{12}{7}$ と求まる。

(答) $-\frac{8}{7} \leqq k < 0,\ 0 < k \leqq \frac{12}{7}$ (D)

(D)答‥9 点

(2)[別解]

円 C を点 1 を中心として時計回りに $\frac{\pi}{2}$ だけ回転して得られる図形を C''' とする。円 C と C'' が共有点をもつことは，C' と円 C''' が共有点をもつことと同値である。(E)円 C''' の中心は，

$$(0-1)(-i)+1=1+i$$

であり，円 C''' の半径は 1 である。(F)ここで①より，C' は点 $4k$ と点 $3ki$ を結ぶ線分の垂直二等分線である。2 点の中点は，

$$\frac{1}{2}(4k+3ki)=2k+\frac{3}{2}ki$$

であり，2 点を結ぶ線分の傾きは，

$$\frac{3k-0}{0-4k}=-\frac{3}{4}\ (\because k \neq 0)$$

であるから，実数 x, y を用いて $w=x+yi$ とおくと，

$$y=\frac{4}{3}(x-2k)+\frac{3}{2}k$$
$$\Leftrightarrow 4x-3y-\frac{7}{2}k=0$$

が成り立つ。以上より，C' と円 C''' の中心との距離は，

$$\frac{\left|4\cdot 1-3\cdot 1-\frac{7}{2}k\right|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}}=\left|\frac{7}{10}k-\frac{1}{5}\right| \text{(G)}$$

と表され，C' と円 C''' が共有点をもつとき，

$$\left|\frac{7}{10}k-\frac{1}{5}\right| \leqq 1$$
$$\Leftrightarrow -1 \leqq \frac{7}{10}k-\frac{1}{5} \leqq 1$$
$$\therefore -\frac{8}{7} \leqq k \leqq \frac{12}{7}$$

となる。$k \neq 0$ より，k の取りうる値の範囲は $-\frac{8}{7} \leqq k < 0,\ 0 < k \leqq \frac{12}{7}$ と求まる。

(2)[別解]　36 点 (E)(F)(G)(D)

(E) C' と C''' が共有点をもつための条件として考える方針‥9 点

(F) C''' の概形を式や言葉などで示して‥9 点

(G)円 C''' の中心と C' との距離を k を用いて表して‥9 点

(答) $-\frac{8}{7} \leqq k < 0,\ 0 < k \leqq \frac{12}{7}$ (D)

(D)答‥9点

8 （６０点）

【解答・採点基準】

※特に記載がない限り，結論とその導出過程の両方が正しい場合にその配点要素を加点する

(1)

$$f'(x)=\frac{\pi}{4n+4}\cdot\frac{1}{\cos^2\left(\frac{x}{4n+4}\pi\right)}$$
$$=\frac{\pi}{4n+4}\left\{1+\tan^2\left(\frac{x}{4n+4}\pi\right)\right\}$$
$$>0$$

$$f''(x)=\left(\frac{\pi}{4n+4}\right)^2\cdot 2\tan\left(\frac{x}{4n+4}\pi\right)\left\{1+\tan^2\left(\frac{x}{4n+4}\pi\right)\right\}$$ (A)

である。ここで，$f(x)$ は $0\leqq x\leqq 2n+1$ で連続かつ $0<x<2n+1$ で微分可能であるから，平均値の定理より，$x<c<x+1$ を満たす実数 c であって，

$$f(x+1)-f(x)=f'(c)$$

となるものが存在する。(B)いま，$0\leqq x\leqq 2n+1$ のとき

$0\leqq\frac{x}{4n+4}\pi<\frac{\pi}{2}$ であるから，$\tan\left(\frac{x}{4n+4}\pi\right)\geqq 0$ であり，等号成立は $x=0$ のときのみである。したがって，$f''(x)\geqq 0$ より，$f'(x)$ は $0\leqq x\leqq 2n+1$ において単調増加関数(C)であるから，$0\leqq x\leqq 2n$ のとき，

$$f'(x)<f(x+1)-f(x)<f'(x+1)$$ (D)

となる。

(証明終)

(1)　24 点 (A)(B)(C)(D)

(A) $f''(x)$ を求めて‥6 点

(B)平均値の定理を利用して‥6 点

(C) $0\leqq x\leqq 2n+1$ において $f'(x)$ は単調増加することを示して‥6 点

(D)結論‥6 点

(2)

(1)より，

$$f'(x)<f(x+1)-f(x)<f'(x+1)$$
$$\Leftrightarrow\frac{1}{f'(x+1)}<\frac{1}{f(x+1)-f(x)}<\frac{1}{f'(x)}\ (\because f'(x)>0)$$

(2)　36 点 (A)(B)(C)(D)

$$\Leftrightarrow \frac{4n+4}{\pi}\cos^2\left(\frac{x+1}{4n+4}\pi\right) < \frac{1}{\tan\left(\frac{x+1}{4n+4}\pi\right)-\tan\left(\frac{x}{4n+4}\pi\right)}$$

$$< \frac{4n+4}{\pi}\cos^2\left(\frac{x}{4n+4}\pi\right) \text{(A)}$$

が成り立つ。$0 \leqq x \leqq 2n$ で積分して,

$$\int_0^{2n}\frac{4n+4}{\pi}\cos^2\left(\frac{x+1}{4n+4}\pi\right)dx$$
$$< \int_0^{2n}\frac{dx}{\tan\left(\frac{x+1}{4n+4}\pi\right)-\tan\left(\frac{x}{4n+4}\pi\right)}$$
$$< \int_0^{2n}\frac{4n+4}{\pi}\cos^2\left(\frac{x}{4n+4}\pi\right)dx$$

となる。ここで,

$$\int_0^{2n}\frac{4n+4}{\pi}\cos^2\left(\frac{x}{4n+4}\pi\right)dx$$
$$= \frac{4n+4}{\pi}\int_0^{2n}\frac{\cos\left(\frac{x}{2n+2}\pi\right)+1}{2}dx$$
$$= \frac{2n+2}{\pi}\left[\frac{2n+2}{\pi}\sin\left(\frac{x}{2n+2}\pi\right)+x\right]_0^{2n}$$
$$= \frac{2n+2}{\pi}\left\{\frac{2n+2}{\pi}\sin\left(\frac{n}{n+1}\pi\right)+2n\right\}$$

$$\int_0^{2n}\frac{4n+4}{\pi}\cos^2\left(\frac{x+1}{4n+4}\pi\right)dx$$
$$= \frac{4n+4}{\pi}\int_0^{2n}\frac{\cos\left(\frac{x+1}{2n+2}\pi\right)+1}{2}dx$$
$$= \frac{2n+2}{\pi}\left[\frac{2n+2}{\pi}\sin\left(\frac{x+1}{2n+2}\pi\right)+x\right]_0^{2n}$$
$$= \frac{2n+2}{\pi}\left[\frac{2n+2}{\pi}\left\{\sin\left(\frac{2n+1}{2n+2}\pi\right)-\sin\left(\frac{1}{2n+2}\pi\right)\right\}+2n\right]$$

であり,

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2}\int_0^{2n}\frac{4n+4}{\pi}\cos^2\left(\frac{x}{4n+4}\pi\right)dx$$
$$= \lim_{n\to\infty}\frac{2+\frac{2}{n}}{\pi}\left\{\frac{2+\frac{2}{n}}{\pi}\sin\left(\frac{1}{1+\frac{1}{n}}\pi\right)+2\right\}$$

$$= \frac{4}{\pi} \text{(B)}$$

(A)左の不等式を導いて‥9 点

(B) $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2}\int_0^{2n}\frac{4n+4}{\pi}\cos^2\left(\frac{x}{4n+4}\pi\right)dx = \frac{4}{\pi}$

を求めて‥9 点

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2}\int_0^{2n}\frac{4n+4}{\pi}\cos^2\left(\frac{x+1}{4n+4}\pi\right)dx$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{2+\frac{2}{n}}{\pi}\left[\frac{2+\frac{2}{n}}{\pi}\left\{\sin\left(\frac{2+\frac{1}{n}}{2+\frac{2}{n}}\pi\right)-\sin\left(\frac{1}{2n+2}\pi\right)\right\}+2\right]$$

$$=\frac{4}{\pi}\text{(C)}$$

となるから，はさみうちの原理より，

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2}\int_0^{2n}\frac{dx}{\tan\left(\frac{x+1}{4n+4}\pi\right)-\tan\left(\frac{x}{4n+4}\pi\right)}=\frac{4}{\pi}$$

と求まる。

(答) $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2}\int_0^{2n}\frac{dx}{\tan\left(\frac{x+1}{4n+4}\pi\right)-\tan\left(\frac{x}{4n+4}\pi\right)}=\frac{4}{\pi}$ (D)

(C) $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2}\int_0^{2n}\frac{4n+4}{\pi}\cos^2\left(\frac{x+1}{4n+4}\pi\right)dx=\frac{4}{\pi}$

を求めて‥9 点

(D)答‥9 点

9 （６０点）

【解答・採点基準】

※特に記載がない限り，結論とその導出過程の両方が正しい場合にその配点要素を加点する

(1)

$\overrightarrow{\mathrm{PR}}=\left(1,\ r-\frac{1}{3}\right),\ \overrightarrow{\mathrm{QS}}=(1-q-s,\ 1)$ より，

$$\begin{aligned}&\mathrm{PR}\perp\mathrm{QS}\\&\Leftrightarrow \overrightarrow{\mathrm{PR}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{QS}}=0\\&\Leftrightarrow 1\cdot(1-q-s)+\left(r-\frac{1}{3}\right)\cdot 1=0\\&\therefore r=q+s-\frac{2}{3}\end{aligned}$$

と表せる。

(答) $r=q+s-\frac{2}{3}$ (A)

(1) 6 点 (A)

(A)答‥6 点

(2)

$a=q-\frac{1}{3},\ b=s-\frac{1}{3}$ より，$r=a+b$ である。$0<q<1,\ 0<r<1,\ 0<s<1$ より，$a,\ b$ は

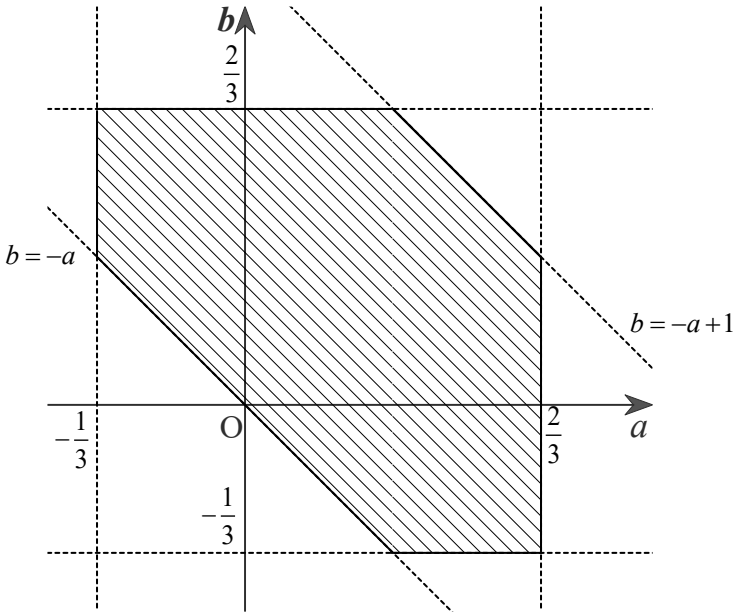
$$\begin{cases}-\frac{1}{3}<a<\frac{2}{3}\\0<a+b<1\\-\frac{1}{3}<b<\frac{2}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-\frac{1}{3}<a<\frac{2}{3}\\-a<b<-a+1\\-\frac{1}{3}<b<\frac{2}{3}\end{cases}\text{(A)}$$

を満たす。以上より，点 $(a,\ b)$ の動きうる範囲は次図の斜線部のようになる。ただし，境界は含まない。

(2) 18 点 (A)(B)

(A) $0<q<1,\ 0<r<1,\ 0<s<1$ を $a,\ b$ についての不等式に置き換えて

‥6 点(完答)



(B)

(答) 前図

(B)点 $(a,\ b)$ の動きうる範囲を図示して‥12 点

・境界線について言及が無い場合や誤っている場合は 9 点

(3)

$\overrightarrow{PQ}=\left(q,\ -\frac{1}{3}\right)$, $\overrightarrow{RS}=(-s,\ 1-r)$ より,

$$\begin{aligned}\overrightarrow{PQ}\cdot\overrightarrow{RS}&=-qs-\frac{1}{3}(1-r)\\&=-qs+\frac{1}{3}q+\frac{1}{3}s-\frac{5}{9}\ (\because (1))\\&=-\left(q-\frac{1}{3}\right)\left(s-\frac{1}{3}\right)-\frac{4}{9}\\&=-ab-\frac{4}{9}\end{aligned}$$ (A)

と表せる。以下, (2)の図をもとに ab の取りうる値の範囲について考える。(B)

[1] $-\frac{1}{3}<a<0$ のとき

$-a<b<\frac{2}{3}$, $a<0$ より, $\frac{2}{3}a<ab<-a^2$ が成り立つ。よって,

$-\frac{1}{3}<a<0$ より, $-\frac{2}{9}<ab<0$ (C 1/3)である。

[2] $0\leqq a<\frac{1}{3}$ のとき

(3) 36 点 (A)(B)(C)(D)

(A) $\overrightarrow{PQ}\cdot\overrightarrow{RS}=-ab-\frac{4}{9}$ を導いて‥6 点

(B) l 文字を固定して考える方針‥6 点

(C) a の値で場合分けした際の各場合における ab の取りうる値の範囲を求めて‥18 点(各 6 点×3)

・b の値で場合分けした際も同様の配点とする

・$\overrightarrow{PQ}\cdot\overrightarrow{RS}$ の取りうる値の範囲を求めても可

$-a<b<\frac{2}{3}, a \geqq 0$ より，$-a^2 \leqq ab \leqq \frac{2}{3}a$ が成り立つ。よって，

$0 \leqq a < \frac{1}{3}$ より，$-\frac{1}{9} < ab < \frac{2}{9}$ (C 2/3)である。

[3] $\frac{1}{3} \leqq a < \frac{2}{3}$ のとき

$-\frac{1}{3} < b < -a+1, a>0$ より，$-\frac{1}{3}a < ab < -a^2+a$ が成り立つ。いま，$-a^2+a=-\left(a-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{4}$ より，$\frac{1}{3} \leqq a < \frac{2}{3}$ のとき，$-a^2+a \leqq \frac{1}{4}$ である。よって，$-\frac{2}{9} < ab < \frac{1}{4}$ (C 3/3)である。

以上, [1]から[3]より，$-\frac{2}{9} < ab < \frac{1}{4}$ である。したがって，

$$-\frac{1}{4} < -ab < \frac{2}{9}$$
$$\Leftrightarrow -\frac{25}{36} < -ab-\frac{4}{9} < -\frac{2}{9}$$
$$\therefore -\frac{25}{36} < \overrightarrow{PQ}\cdot\overrightarrow{RS} < -\frac{2}{9}$$

となる。

(答) $-\frac{25}{36} < \overrightarrow{PQ}\cdot\overrightarrow{RS} < -\frac{2}{9}$ (D)

(D)答‥6 点