２０２３年　神戸大本番レベル模試・物理

解答・解説・採点基準

全３問　６０分　７５点満点

Ⅰ （２５点）

【解答・採点基準】

問 1 $$\begin{cases} Ma_{x1} = T\sin\theta \\ ma_{x2} = -T\sin\theta \\ ma_{y2} = -mg + T\cos\theta \end{cases}$$	**問１　6 点** **＊運動方程式に各 2 点**
問 2 理由： x 軸方向に外力がはたらかないため。	**問 2　6 点** **理由　3 点** **＊x 軸方向に外力がはたらかないことを述べて 3 点**
理由（別解）： 問 1 より，重心の x 軸方向の加速度は $$\frac{Ma_{x1}+ma_{x2}}{M+m}=0$$ となるため，x 軸方向の運動量は変化しないから。	**理由（別解）　3 点** **＊重心の x 軸方向の加速度を求めて１点** **＊x 軸方向の運動量が変化しないことを述べて 2 点**
速度： 物体 B の x 軸方向の速度を v_B とすると，x 軸方向について，運動量保存則より $$Mv_A + mv_B = MV$$ であるから， $$v_B = \frac{M}{m}(V - v_A)$$ となる。	**速度　3 点** **＊運動量保存則の立式に 2 点** **＊答に１点**

（答） $\dfrac{M}{m}(V - v_A)$

問 3

x 軸方向の重心の速度 v_G は

$$v_G = \frac{Mv_A + mv_B}{M+m}$$

であるから，問 2 の答えを代入して，

$$v_G = \frac{M}{M+m}V$$

となる。

（答） $\dfrac{M}{M+m}V$

問 4

θ が 0° のときの物体 A, B の x 軸方向の速度を v'_A, v'_B とすると力学的エネルギー保存則より，

$$\frac{1}{2}MV^2 = \frac{1}{2}Mv_A'^2 + \frac{1}{2}Mv_B'^2$$

となる。問 2 の答えを代入して計算すると，

$$v'_A = V, \frac{M-m}{M+m}V$$

となる。ゆえに，運動開始後初めて θ が 0° になったときの，物体 A の速度 v''_A は

$$v''_A = \frac{M-m}{M+m}V$$

となる。

（答） $\dfrac{M-m}{M+m}V$

問 4（別解）

物体 A に初速度を与えた直後の重心からみた物体 A の速度は，

$$V - \frac{M}{M+m}V = \frac{m}{M+m}V$$

である。重心からみた物体Aの運動は周期運動していることから，運動開始後はじめて θ が 0° になったときの重心からみた

問 3　4 点
*重心の速度の立式に 2 点
*答に 2 点

問 4　5 点
*エネルギー保存則の立式に 2 点
*v_A の候補に 2 点
*答に 1 点

問 4（別解）　5 点
*初速度を与えた直後の重心からみた物体 A の速度を求めて 1 点
*重心からみた物体

物体Ａの運動の速度は $-\dfrac{m}{M+m}V$ である。ゆえに，運動開始後はじめて θ が 0° になったときの物体Ａの速度 v''_{A} は $$v''_{\mathrm{A}}=\frac{M}{M+m}V-\frac{m}{M+m}V$$ より $\dfrac{M-m}{M+m}V$ となる。 （答） $\dfrac{M-m}{M+m}V$	Ａの運動が周期運動であることを述べて１点 *運動開始後はじめて θ が 0° になったときの重心からみた物体Ａの速度を求めて１点 *答に２点
問 5 問題文より，長さ $\dfrac{M}{M+m}L$ のひもでつながれた物体が，θ の変化量の非常に小さい範囲で振れるときの単振り子の周期 t を求めれば良いので， $$t=2\pi\sqrt{\frac{M}{M+m}\frac{L}{g}}$$ となる。 （答） $2\pi\sqrt{\dfrac{M}{M+m}\dfrac{L}{g}}$	**問 5　4 点** *重心からみた物体Ｂの運動が，長さ $\dfrac{M}{M+m}L$ のひもでつながれた単振り子の運動に等しいことを述べて２点 *答に２点

II（２５点）

【解答・採点基準】

解答	採点基準
問 1 棒に発生する誘導起電力は $v_0 B\ell$ であるから，求める電流の大きさを I_0 とすると，オームの法則より， $v_0 B\ell = RI_0$ $\therefore I_0 = \dfrac{v_0 B\ell}{R}$ レンツの法則より，棒には b の向きに電流が流れる。 (答) 大きさ $\dfrac{v_0 B\ell}{R}$，向き b	**問 1 5 点** ＊電流の大きさの導出過程を正しく説明して 1 点 ＊答に各 2 点×2
問 2 十分に時間が経過したあと，回路に電流は流れないので，コンデンサー C_1 にかかる電圧は棒に発生する誘導起電力 $v_1 B\ell$ に等しい。よって，求める電気量 Q は， $Q = Cv_1 B\ell$ である。 (答) $Cv_1 B\ell$	**問 2 4 点** ＊導出過程を正しく説明して 1 点 ＊答に 3 点
問 3 (ア) $-\dfrac{\Delta q}{\Delta t} B\ell$ (イ) $\dfrac{m}{B\ell}(v_0 - v_1)$ (ウ) $\dfrac{m}{m + CB^2\ell^2} v_0$	**問 3 6 点(各 2 点×3)**
問 4 棒の運動エネルギーの変化 ΔK は，	**問 4 5 点** ＊エネルギー収支を立式して 2 点

$$\Delta K=\frac{1}{2}mv_1^2-\frac{1}{2}mv_0^2$$ コンデンサー C_1 に蓄えられた静電エネルギーの変化 ΔU_1 は, $$\Delta U_1=\frac{Q^2}{2C}$$ 問 2 および問 3 $\boxed{\text{(ウ)}}$ の結果より, $$Q=\frac{mCB\ell}{m+CB^2\ell^2}v_0$$ これらより，求めるジュール熱は，エネルギー収支を考えて, $$-\Delta K-\Delta U_1=\frac{mCB^2\ell^2v_0^2}{2\left(m+CB^2\ell^2\right)}$$ (答) $\dfrac{mCB^2\ell^2v_0^2}{2\left(m+CB^2\ell^2\right)}$	＊答に 3 点 ＊ v_1 を用いて解答しているものは-2 点
問 5 2 つのコンデンサーの合成容量は $4C$ であるから, 2 つのコンデンサーに蓄えられた静電エネルギーの和の変化は, $$\frac{Q^2}{2\cdot 4C}-\frac{Q^2}{2C}=-\frac{3Q^2}{8C}$$ エネルギー収支より，求めるジュール熱は 2 つのコンデンサーに蓄えられた静電エネルギーの和の減少量に等しく, $$\frac{3Q^2}{8C}=\frac{3}{8}C\left(\frac{mB\ell}{m+CB^2\ell^2}v_0\right)^2$$ (答) $\dfrac{3}{8}C\left(\dfrac{mB\ell}{m+CB^2\ell^2}v_0\right)^2$	問 5 5 点 ＊コンデンサーの合成容量を求めて 1 点 ＊静電エネルギーの和の変化を求めて 1 点 ＊エネルギー収支について述べて 1 点 ＊答に 2 点 ＊ v_1 を用いて解答しているものには答の点は与えない
【別解】 スイッチ S_2 を閉じてから十分に時間が経過したあとにコンデンサー C_1, C_2 の下の極板に蓄えられた電気量をそれぞれ Q_1, Q_2 とすると，電気量保存の法則より,	【別解】5 点 ＊ Q_1, Q_2 を正しく求めて 1 点 ＊エネルギー収支に

$$Q_1+Q_2=Q$$

キルヒホッフの第二法則より，

$$\frac{Q_1}{C}-\frac{Q_2}{3C}=0$$

これらより，

$$Q_1=\frac{1}{4}Q,\ Q_2=\frac{3}{4}Q$$

エネルギー収支より，求めるジュール熱は 2 つのコンデンサーに蓄えられた静電エネルギーの減少量の和に等しく，

$$-\left\{\left(\frac{Q_1^2}{2C}-\frac{Q^2}{2C}\right)+\left(\frac{Q_2^2}{2\cdot 3C}-0\right)\right\}=\frac{3Q^2}{8C}$$
$$=\frac{3}{8}C\left(\frac{mB\ell}{m+CB^2\ell^2}v_0\right)^2$$

(答) $\frac{3}{8}C\left(\frac{mB\ell}{m+CB^2\ell^2}v_0\right)^2$

ついて述べて 1 点

＊静電エネルギーの減少量の和 $\frac{3Q^2}{8C}$ を求めて 1 点

＊答に 2 点

＊ v_1 を用いて解答しているものには答の点は与えない

Ⅲ（２５点）

【解答・採点基準】

<table>
<tr>
<td>

問 1

空間 A 内の気体は自由膨張をし，ピストンも移動していないことから気体がした仕事は 0 であり，平衡状態のときの気体の絶対温度を T_1 とすると，$T_1=T_0$ である。求める気体の圧力を P_1 とすると，理想気体の状態方程式より

$$P_1\cdot 2V_0=nRT_0$$
$$\therefore P_1=\frac{nRT_0}{2V_0}$$

である。

(答) 気体がした仕事: 0，気体の圧力: $\dfrac{nRT_0}{2V_0}$

問 2

気体の圧力を P_2，絶対温度を T_2 とする。ピストンについての力のつり合いより

$$P_2S=P_0S$$
$$\therefore P_2=P_0$$

である。したがって，理想気体の状態方程式より

$$P_2\cdot 2V_0=nRT_2$$
$$\therefore T_2=\frac{2P_0V_0}{nR}$$

である。

(答) $\dfrac{2P_0V_0}{nR}$

問 3

気体がした仕事は 0 である。これと熱力学第一法則より，気体に与えられた熱量は気体の内部エネルギーの変化量に等しいので

$$\frac{3}{2}nR\left(T_2-T_1\right)=3P_0V_0-\frac{3}{2}nRT_0$$

</td>
<td>

問 1　5 点

＊答に 2 点×2

＊気体がした仕事が 0 であることに言及して 1 点

問 2　3 点

＊答に 2 点

＊圧力が P_0 であることを求められていることに 1 点

問 3　4 点

＊答に 3 点

＊熱力学第一法則を用いて 1 点

</td>
</tr>
</table>

である。

(答)　$3P_0V_0-\dfrac{3}{2}nRT_0$

問 4

空間 A 内の気体の圧力を P_3，絶対温度を T_3 とする。ピストンについての力のつり合いより

$$P_3S=P_0S+kl$$
$$\therefore P_3=P_0+\frac{kl}{S}$$

である。また，空間 A 内の気体の物質量が $\dfrac{1}{2}n$ であることに注意して理想気体の状態方程式より

$$P_3V_A=\frac{1}{2}nRT_3$$
$$\therefore T_3=\frac{2V_A}{nR}\left(P_0+\frac{kl}{S}\right)$$

である。いま，空間 A 内の気体は断熱変化しており，このことと熱力学第一法則より，求める気体がした仕事を W_A とすると

$$W_A=-\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{2}nR\left(T_3-T_2\right)$$
$$=\frac{3}{2}P_0V_0-\frac{3}{2}\left(P_0+\frac{kl}{S}\right)V_A$$

となる。

(答)　$\dfrac{3}{2}P_0V_0-\dfrac{3}{2}\left(P_0+\dfrac{kl}{S}\right)V_A$

問 4　6 点
＊答に 4 点
＊変化後の温度に 1 点
＊断熱変化していることへの言及に 1 点

問 5

空間 B 内の気体の圧力は $P_3=P_0+\dfrac{kl}{S}$，絶対温度を T_4 とすると，理想気体の状態方程式より

$$P_3\left(2V_0+lS-V_A\right)=\frac{1}{2}nRT_4$$
$$\therefore T_4=\frac{2\left(2V_0+lS-V_A\right)}{nR}\left(P_0+\frac{kl}{S}\right)$$

となる。ここで，気体がした仕事の総和は大気がされた仕事とばねに蓄えられた弾性力による位置エネルギーの総和に等しいので

問 5　7 点
＊答に 5 点
＊空間 B 内の気体の絶対温度に 1 点
＊気体がした仕事に 1 点

$$P_0Sl+\frac{1}{2}kl^2$$

である。これと，問 4 の結果より空間 B 内の気体がした仕事は

$$P_0Sl+\frac{1}{2}kl^2-W_{\mathrm{A}}=P_0Sl+\frac{1}{2}kl^2+\frac{3}{4}nR\left(T_3-T_2\right)$$

となる。以上から，熱力学第一法則より，気体に与えられた熱量は

$$P_0Sl+\frac{1}{2}kl^2+\frac{3}{4}nR\left(T_3-T_2\right)+\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{2}nR\left(T_4-T_2\right)$$
$$=\frac{5}{2}P_0Sl+\frac{3V_0kl}{S}+2kl^2$$

である。

(答) $\frac{5}{2}P_0Sl+\frac{3V_0kl}{S}+2kl^2$

問 5 [別解]

空間 B 内の気体の圧力は $P_3=P_0+\frac{kl}{S}$，絶対温度を T_4 とすると，理想気体の状態方程式より

$$P_3\left(2V_0+lS-V_{\mathrm{A}}\right)=\frac{1}{2}nRT_4$$
$$\therefore T_4=\frac{2\left(2V_0+lS-V_{\mathrm{A}}\right)}{nR}\left(P_0+\frac{kl}{S}\right)$$

となる。ここで，ばねの自然長からの縮みを x とし，このときの気体の圧力を p とすると，ピストンについての力のつり合いより

$$pS=P_0S+kx$$
$$\therefore p=P_0+\frac{kx}{S}$$

と表される。したがって，気体の圧力と体積の関係は下図の線分のようになり，気体がした仕事の総和は下図斜線部の面積であるから

$$\frac{1}{2}\left\{\left(2V_0+Sl\right)-2V_0\right\}\left(P_0+P_0+\frac{kl}{S}\right)=P_0Sl+\frac{1}{2}kl^2$$

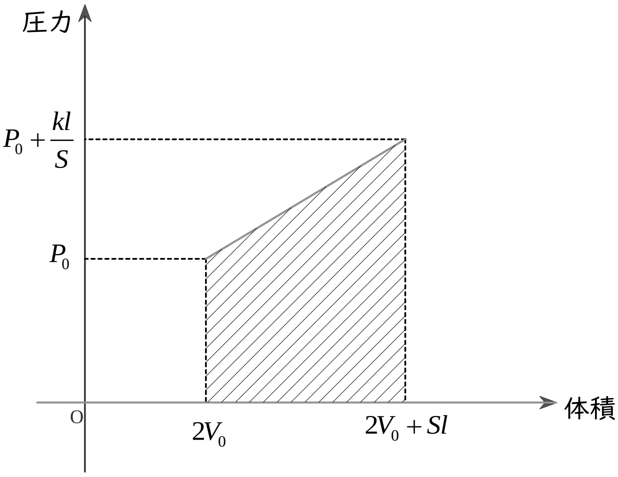
である。

問 5[別解] 7 点

＊答に 5 点

＊空間 B 内の気体の絶対温度に 1 点

＊気体がした仕事に 1 点



これと，問 4 の結果より空間 B 内の気体がした仕事は

$$P_0Sl+\frac{1}{2}kl^2-W_{\mathrm{A}}=P_0Sl+\frac{1}{2}kl^2+\frac{3}{4}nR\left(T_3-T_2\right)$$

となる。以上から，熱力学第一法則より，気体に与えられた熱量は

$$P_0Sl+\frac{1}{2}kl^2+\frac{3}{4}nR\left(T_3-T_2\right)+\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{2}nR\left(T_4-T_2\right)$$
$$=\frac{5}{2}P_0Sl+\frac{3V_0kl}{S}+2kl^2$$

である。

(答) $\frac{5}{2}P_0Sl+\frac{3V_0kl}{S}+2kl^2$