2021年第3回早慶上理・難関国公立大模試

採点基準　数学（文系・理系）

【共通事項】

１．約分の未了，根号内の整理不備は１点減点

２．分母の有理化の不備については減点なし

３．別解の配点は解答の配点に準ずる

【文系】（100点満点）

第1問（40点満点）

（1）（配点8点）

（2）（配点8点）（（i）4点，（ii）4点）

（3）（配点8点）

（4）（配点8点）

（5）（配点8点）

第2問（30点満点）

（1）（配点5点）

- 放物線と直線の2式から y を消去し，判別式を用いて2点
- 答えに3点

（2）（配点10点）

- 放物線と直線の2式から y を消去し，解と係数の関係を用いて2点
- 2点間の距離を求める方程式を整理して2点
- t の値を求めて2点
- A，Bの座標を求めて4点

（3）（配点15点）

- 求める領域 D を図示して2点
- $mx+y$ の最小値を求めるための方針を立てて2点
- 場合分けが正しくできて3点
- $0<m\leqq 2$ のときの $mx+y$ の最小値，そのときの x，y の値を求めて4点
- $2<m$ のときの $mx+y$ の最小値，そのときの x，y の値を求めて4点

第3問（30点満点）

（1）（配点6点）

- $\overrightarrow{\mathrm{PQ}}, \overrightarrow{\mathrm{PR}}, \overrightarrow{\mathrm{PS}}$ をそれぞれ求めて6点（各2点）

（2）（配点12点）

- 4点P, Q, R, Sが同一平面上にあるときの条件式を求めて3点
- (1)を利用し，条件式を $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{c}$ で表して2点
- 両辺を係数比較して3点
- 答えに4点

(3)（配点12点）

- $\mathrm{PR} \perp \mathrm{BC}$ より，$\overrightarrow{\mathrm{PR}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{BC}}$ を $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{c}$ で表して2点
- $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{b} \cdot \overrightarrow{c}$, $\overrightarrow{c} \cdot \overrightarrow{a}$ の値を求めて2点
- k の値を求めて2点
- l の値を求めて2点
- 答えに4点

【理系】（200 点満点）

第 1 問（60 点満点）

（1）（配点 12 点）

（2）（配点 12 点）（（i）6 点，（ii）6 点）

（3）（配点 12 点）

（4）（配点 12 点）

（5）（配点 12 点）（（i）3 点，（ii）9 点）

第 2 問（60 点満点）

（1）（配点 12 点）

（2）（配点 12 点）（（i）6 点，（ii）6 点）

（3）（配点 12 点）

（4）（配点 12 点）

（5）（配点 12 点）

第 3 問（35 点満点）

（1）（配点 6 点）

- ド・モアブルの定理を用いて $\alpha^3, \alpha^6, \alpha^9$ をそれぞれ求めて 6 点（各 2 点）

（2）（配点 9 点）

- $1-\alpha^9=0$ を因数分解して 2 点
- $\alpha \neq 1$ を用いて変形して 2 点
- 答えに 5 点

（3）（配点 20 点）

- 数列 $\{Z_n\}$ の周期性を示して 5 点
- 絶対値の性質を利用して $|1-z_n|^2$ を変形して 6 点
- 与式を変形して答えを求めて 9 点

第 4 問（35 点満点）

（1）（配点 10 点）

- 与式の右側が成り立つことを示して 3 点
- $1+x^3-\frac{3}{4}(1+x^2)$ を微分して 2 点
- 増減表を描いて 2 点
- 与式の左側が成り立つことを示して 3 点

（2）（配点 10 点）

- 与式を置換積分して 2 点

- 置換積分したのち，部分分数分解して 3 点
- 答えに 5 点

（3）（配点 15 点）

- 区分求積法を用いて， S の和の極限を求めて 3 点
- (1)で証明した不等式を変形して 2 点
- 変形した不等式を積分して 5 点
- 正しく証明して 5 点

第 5 問（35 点満点）

（1）（配点 6 点）

- 放物線と直線の 2 式から y を消去し，判別式を用いて 3 点
- 答えに 3 点

（2）（配点 10 点）

- 放物線と直線の 2 式から y を消去し，解と係数の関係を用いて 2 点
- 2 点間の距離を求める方程式を整理して 2 点
- t の値を求めて 2 点
- A，B の座標を求めて 4 点

（3）（配点 19 点）

- 求める領域 D を図示して 2 点
- $mx+y$ の最小値を求めるための方針を立てて 2 点
- 場合分けが正しくできて 3 点
- $0<m\leqq 2$ のときの $mx+y$ の最小値，そのときの x，y の値を求めて 6 点
- $2<m$ のときの $mx+y$ の最小値，そのときの x，y の値を求めて 6 点

第 6 問（35 点満点）

（1）（配点 6 点）

- $\overrightarrow{\mathrm{PQ}}, \overrightarrow{\mathrm{PR}}, \overrightarrow{\mathrm{PS}}$ をそれぞれ求めて 6 点（各 2 点）

（2）（配点 14 点）

- 4 点 P, Q, R, S が同一平面上にあるときの条件式を求めて 4 点
- (1)を利用し，条件式を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ で表して 2 点
- 両辺を係数比較して 3 点
- 答えに 5 点

（3）（配点 15 点）

- $\mathrm{PR}\perp\mathrm{BC}$ より， $\overrightarrow{\mathrm{PR}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BC}}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ で表して 3 点
- $\vec{a}\cdot\vec{b}$, $\vec{b}\cdot\vec{c}$, $\vec{c}\cdot\vec{a}$ の値を求めて 2 点
- k の値を求めて 3 点
- l の値を求めて 2 点

- 答えに 5 点

第 7 問（35 点満点）

（1）（配点 12 点）

- 2 倍角の公式を用いて，$\cos 2\theta$ を t で表して 5 点
- t の値で場合分けし，それぞれ考察して 7 点

（2）（配点 23 点）

- t の値の範囲を求めて 3 点
- $f(x)$ を t で表して 3 点
- 正しい場合分けができて 3
- $a < -\sqrt{3}$ のときの最小値が負になることを示して 4 点
- $-\sqrt{3} \leqq a \leqq 0$ のときの最小値が負になることを示して 4 点
- $0 < a$ のときの最小値が負にならないことを示して 3 点
- 答えに 3 点

第 8 問（35 点満点）

（1）（配点 10 点）

- 整数 n を 3 で割った余りで場合分けして 2 点
- $n = 3k$ のとき，n^2 を 3 で割った余りを求めて 4 点
- $n = 3k \pm 1$ のとき，n^2 を 3 で割った余りを求めて 4 点

（2）（配点 10 点）

- 背理法用いて方針を立てて 2 点
- (1)を利用し，$p \neq 3$ かつ $q \neq 3$ のとき，p^2, q^2 を 3 で割ると 1 余ることを示して 2 点
- 正しく証明して 6 点

（3）（配点 15 点）

- 与式を変形して 5 点
- $p = 3$ のとき，a, p の値が存在しないことを示して 5 点
- $q = 3$ のとき，a, p の値を求めて 5 点