

2021 年第 4 回早慶上理・難関国公立大模試  
採点基準 数学（文系・理系）

【共通事項】

1. 約分の未了，根号内の整理不備は 1 点減点
2. 分母の有理化の不備については減点なし
3. 別解の配点は解答の配点に準ずる

【文系】（100 点満点）

第 1 問（40 点満点）

- (1)（配点 8 点）
- (2)（配点 8 点）
- (3)（配点 8 点）
- (4)（配点 8 点）
- (5)（配点 8 点）

第 2 問（30 点満点）

- (1)（配点 9 点）
  - $x$  の値で場合分けし，それぞれ方程式を求めて 4 点
  - 正しく図示して 5 点
- (2)（配点 6 点）
  - $y = -3x^2 - 2x + 1$  を平方完成して 3 点
  - 答えに 3 点
- (3)（配点 15 点）
  - $l$  と  $y = x^2 - 2x - 3$  の交点  $\alpha$  を求めて 3 点
  - $D$  のうち  $0 \leq x \leq 1$  を満たす部分の面積を求めて 4 点
  - $D$  のうち  $1 \leq x \leq \alpha$  を満たす部分の面積を求めて 4 点
  - 答えに 4 点

第 3 問（30 点満点）

- (1)（配点 8 点）
  - 数列の和に公比を掛けた式を引いて 3 点
  - 答えに 5 点
- (2)（配点 8 点）
  - $c_{n+1}$  を  $c_n$  を用いて表して 3 点
  - $c_n$  の一般項を求めて 4 点
  - $c_1 = 1$  のときも成り立つことを確認して 1 点

(3) (配点 7 点)

- $\sum_{k=1}^n b_k$  を  $b_{n+1}$ ,  $\sum_{k=1}^n a_k$  を用いて表して 4 点
- $\sum_{k=1}^n b_k$  の値を求めて 3 点

(4) (配点 7 点)

- $\sum_{k=1}^n a_k - \sum_{k=1}^n b_k$  の値を求めて 4 点
- 答えに 3 点

**【理系】(200点満点)**

**第1問 (60点満点)**

- (1) (配点 12点)
- (2) (配点 12点)
- (3) (配点 12点)
- (4) (配点 12点)
- (5) (配点 12点)

**第2問 (60点満点)**

- (1) (配点 12点)
- (2) (配点 12点)
- (3) (配点 12点)
- (4) (配点 12点)
- (5) (配点 12点)

**第3問 (35点満点)**

- (1) (配点 10点)

- $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \theta \cos \frac{\theta}{2} d\theta$  を部分積分を用いて変形して 2点
- $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \theta \cos \frac{\theta}{2} d\theta$  の値を求めて 3点
- $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2\theta \cos \frac{\theta}{2} d\theta$  を和と積の公式を用いて変形して 2点
- $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2\theta \cos \frac{\theta}{2} d\theta$  の値を求めて 3点

- (2) (配点 12点)

- 曲線  $C$  を図示して 3点
- 切断面  $K$  を図示して 3点
- 答えに 6点

- (3) (配点 13点)

- 体積  $V$  を求める式を立式して 3点
- $V$  を置換積分を用いて変形して 3点
- 答えに 7点

**第4問 (35点満点)**

- (1) (配点 12点)

- $z - \frac{1}{z}$  が純虚数となる条件を考察して 3点
- 複素数の計算に 3点

- 正しく図示して 6 点

(2) (配点 15 点)

- $z$  を  $w$  で表して 3 点
- $z + \bar{z} = 0$  に代入し, 円の方程式を導いて 5 点
- 除外点について考察して 2 点
- 正しく図示して 5 点

(3) (配点 8 点)

- $\frac{w+1}{w-1}$  が純虚数となる条件を考察して 4 点
- 答えに 4 点

### 第 5 問 (35 点満点)

(1) (配点 7 点)

- 6 と互いに素でないものの個数を求めて 4 点
- 答えに 3 点

(2) (配点 10 点)

- $N^2 + 2, N + 2$  をそれぞれ  $n$  を用いて表し, 変形して 5 点
- 正しく証明して 5 点

(3) (配点 18 点)

- 100 以下の自然数  $N$  で, 6 と互いに素であるものを自然数  $k$  を用いて表して 3 点
- $N^2 + 4$  と  $N + 4$  の最大公約数について考察して 6 点
- $N = 6k - 5$  のとき,  $N + 4$  と 5 が互いに素でないような  $N$  の個数を求めて 3 点
- $N = 6k - 1$  のとき,  $N + 4$  と 5 が互いに素でないような  $N$  の個数を求めて 3 点
- 答えに 3 点

### 第 6 問 (35 点満点)

(1) (配点 15 点)

- $p_0, p_1, q_0, q_1, q_2$  をそれぞれ求めて 15 点 (各 3 点)

(2) (配点 5 点)

- 途中の計算と答えに 5 点

(3) (配点 15 点)

- カードじゃんけんを 3 回行い, A が 1 位, B が 2 位, C が 3 位と決まる事象を  $X$  とする.  $X$  が起こるようなカードじゃんけんの方法を場合分けし, それぞれの確率を求めて 4 点 (各 1 点)
- $X$  が起こる確率を  $p_0, p_1, q_0, q_1, q_2$  を用いて表して 3 点
- A が 1 位となるのが C が 3 位となる前に決まる確率を考察して 3 点
- 答えに 5 点

第7問 (35点満点)

(1) (配点 10 点)

- $x$  の値で場合分けし, それぞれ方程式を求めて 4 点
- 正しく図示して 6 点

(2) (配点 7 点)

- $y = -3x^2 - 2x + 1$  を平方完成して 3 点
- 答えに 4 点

(3) (配点 18 点)

- $l$  と  $y = x^2 - 2x - 3$  の交点  $\alpha$  を求めて 3 点
- $D$  のうち  $0 \leq x \leq 1$  を満たす部分の面積を求めて 5 点
- $D$  のうち  $1 \leq x \leq \alpha$  を満たす部分の面積を求めて 5 点
- 答えに 5 点

第8問 (35点満点)

(1) (配点 9 点)

- 数列の和に公比を掛けた式を引いて 3 点
- 答えに 6 点

(2) (配点 9 点)

- $c_{n+1}$  を  $c_n$  を用いて表して 3 点
- $c_n$  の一般項を求めて 4 点
- $c_1 = 1$  のときも成り立つことを確認して 2 点

(3) (配点 8 点)

- $\sum_{k=1}^n b_k$  を  $b_{n+1}$ ,  $\sum_{k=1}^n a_k$  を用いて表して 5 点
- $\sum_{k=1}^n b_k$  の値を求めて 3 点

(4) (配点 9 点)

- $\sum_{k=1}^n a_k - \sum_{k=1}^n b_k$  の値を求めて 4 点
- 答えに 5 点