2022年第3回早慶上理・難関国公立大模試

# 採点基準　数学（文系・理系）

【共通事項】

１．約分の未了，根号内の整理不備は１点減点

２．分母の有理化の不備については減点なし

３．別解の配点は解答の配点に準ずる

【文系】（100点満点）

第1問（40点満点）

（1）（配点10点）

（2）（配点10点）

（3）（配点10点）（(i) 5点，(ii) 5点）

（4）（配点10点）

第2問（30点満点）

（1）（配点9点）

- 2円の方程式を標準形(中心と半径が分かる形)に変形して3点
- 2円の中心間の距離を$a$で表して2点
- 2円が異なる2点で交わる条件を不等式で表して2点
- 答えに2点

（2）（配点6点）

- 2円の交点を通る図形の方程式の立式に3点
- 答えに3点

（3）（配点15点）

- (2)で求めた直線の方程式を$a$の2次方程式とみて解を考える方針に3点
- 上記の方程式の左辺を$f(a)=a^2-xa+x-2y+1$のようにおいたとき，放物線$y=f(a)$の軸の位置での場合分けを考えて3点
- 上記の場合分けに対してそれぞれ条件を求めて6点(各3点)
- 図示に3点

第3問（30点満点）

（1）（配点12点）

- 球面$S$の方程式に2点
- 直線$l$上の点の座標をパラメータを用いて表して2点
- $S$と$l$が異なる2点で交わるときのパラメータの値を求めて4点
- 線分ABの長さに2点
- 点Hの座標に2点

（2）（配点 9 点）

- 3 点 O, C, H が 1 直線上にある条件をパラメータで表して 2 点
- $\left|\overrightarrow{\mathrm{OH}}\right|$ を求めて 2 点
- 条件(イ)を満たす上記のパラメータの値を求めて 3 点
- 答えに 2 点

（3）（配点 9 点）

- 球面 $T$ の方程式に 2 点
- 球面 $T$ と $xy$ 平面が交わってできる円 $D$ の方程式に 3 点
- 円 $D$ の中心の座標，面積に 4 点(各 2 点)

【理系】(200 点満点)

第 1 問（40 点満点）

（1）（配点 10 点）

（2）（配点 10 点）

（3）（配点 10 点）（（i）5 点，（ii）5 点）

（4）（配点 10 点）

第 2 問（40 点満点）

（1）（配点 10 点）

（2）（配点 10 点）

（3）（配点 10 点）（（i）5 点，（ii）5 点）

（4）（配点 10 点）

第 3 問（40 点満点）

（1）（配点 6 点）

- $\alpha, \beta$ の値を求め，$d_1$ の式に代入して 3 点
- 答えに 3 点

（2）（配点 8 点）

- $\alpha^m$ $(m=1, 2, 3, \cdots\cdots, n)$ が方程式 $z^n=1$ の解であることを示して 5 点
- $\alpha, \alpha^2, \alpha^3, \cdots\cdots, \alpha^n$ がすべて異なることを示して 3 点

（3）（配点 12 点）

- $z^n-1=(z-\alpha)(z-\alpha^2)(z-\alpha^3)\cdots\cdots(z-\alpha^n)$ と表せることを述べて 4 点
- $|\alpha-\beta||\alpha^2-\beta||\alpha^3-\beta|\cdots\cdots|\alpha^n-\beta|=|\beta^n-1|$ を述べて 3 点
- 答えに 5 点

（4）（配点 14 点）

- $S_n=\log_r\sqrt{r^{2n}+1-2r^n\cos\dfrac{n\pi}{3}}$ まで求めて 3 点
- $r>1$ のとき $S_n<n$ とはならないことを示して 4 点
- $0<r<1$ のとき $S_n<n$ を満たすのが $r^{2n}+1-2r^n\cos\dfrac{n\pi}{3}>r^{2n}$ のときであることを述べて 2 点
- $n\neq 6l$ （$l$ は自然数）のとき上記の不等式がつねに成り立つことを示して 2 点
- $n=6l$ （$l$ は自然数）のとき $r$ の条件を求め，結論を述べて 3 点

第 4 問（40 点満点）

（1）（配点 8 点）

- $f'(x), f''(x)$ をそれぞれ求めて 6 点(各 3 点)
- 残りの証明に 2 点

(2)（配点 8 点）

- 部分積分を行った式に 4 点
- 答えに 4 点

(3)（配点 10 点）

- 接線 $l$ の方程式を求めて 3 点
- $D$ の面積を求める定積分の式を立てて 3 点
- 残りの計算と答えに 4 点

(4)（配点 14 点）

- 直線 $y = \log(1+\sqrt{2})$，$l$，および $y$ 軸によって囲まれた領域 $D'$ を $y$ 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めて 3 点
- 領域 $D \cup D'$ を $y$ 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めて 8 点
- 答えに 3 点

第 5 問（40 点満点）

(1)（配点 12 点）

- 2 円の方程式を標準形(中心と半径が分かる形)に変形して 3 点
- 2 円の中心間の距離を $a$ で表して 3 点
- 2 円が異なる 2 点で交わる条件を不等式で表して 3 点
- 答えに 3 点

(2)（配点 8 点）

- 2 円の交点を通る図形の方程式の立式に 4 点
- 答えに 4 点

(3)（配点 20 点）

- (2)で求めた直線の方程式を $a$ の 2 次方程式とみて解を考える方針に 4 点
- 上記の方程式の左辺を $f(a) = a^2 - xa + x - 2y + 1$ のようにおいたとき，放物線 $y = f(a)$ の軸の位置での場合分けを考えて 4 点
- 上記の場合分けに対してそれぞれ条件を求めて 8 点(各 4 点)
- 図示に 4 点

第 6 問（40 点満点）

(1)（配点 16 点）

- 球面 $S$ の方程式に 2 点
- 直線 $l$ 上の点の座標をパラメータを用いて表して 3 点
- $S$ と $l$ が異なる 2 点で交わるときのパラメータの値を求めて 5 点
- 線分 AB の長さに 3 点
- 点 H の座標に 3 点

(2)（配点 12 点）

- 3 点 O, C, H が 1 直線上にある条件をパラメータで表して 3 点

- $\left|\overrightarrow{\mathrm{OH}}\right|$を求めて 3 点
- 条件(イ)を満たす上記のパラメータの値を求めて 3 点
- 答えに 3 点

（3）（配点 12 点）

- 球面 $T$ の方程式に 3 点
- 球面 $T$ と $xy$ 平面が交わってできる円 $D$ の方程式に 3 点
- 円 $D$ の中心の座標，面積に 6 点(各 3 点)

第 7 問（40 点満点）

（1）（配点 8 点）

- $4^x+4^{-x}$ , $8^x+8^{-x}$ をそれぞれ $t$ で表して 6 点(各 3 点)
- 答えに 2 点

（2）（配点 12 点）

- $f(x)<0$ となる $t$ の値の範囲を求めて 4 点
- $2^x$ $(=X)$ のとり得る値の範囲を求めて 4 点
- 答えに 4 点

（3）（配点 20 点）

- $g(x)$ の定義域を求めて 3 点
- $g(x)=\log_a(a-x)^2(x+a)$ まで変形して 3 点
- $(a-x)^2(x+a)$ の増減を調べ，とり得る値の範囲を求めて 9 点
- 答えに 5 点

第 8 問（40 点満点）

（1）（配点 6 点）

- 答えに 6 点

（2）（配点 12 点）

- 等式から $2z+1=3$, $xy+2x-3y=16$ を求めて 4 点
- 上記から $z=1$ を求めて 2 点
- $xy+2x-3y=16$ を $(x-3)(y+2)=10$ と変形し, この等式を満たす $x-3$, $y+2$ の組を求めて 3 点
- 答えに 3 点

（3）（配点 22 点）

- 問題文の等式の左辺を因数分解して 6 点
- 問題文の等式を満たすとき $2r+1=7$ または $2r+1=21$ であることを述べて 4 点
- $r=3$ となることを示して 2 点
- $p$, $q$ の少なくとも一方が 3 であることを示して 4 点
- $p=3$, $q=3$ それぞれの場合の等式を満たす組を考えて 3 点
- 答えに 3 点