2023 年度 第 3 回 早慶上理・難関国公立大模試

採点基準　数学（理系）

【共通事項】

１．約分の未了，根号内の整理不備は１点減点

２．別解の配点は解答の配点に準ずる

【理系】（200 点満点）

第 1 問（60 点満点）

（1）（配点 12 点）

- 答えに 12 点（各 4 点）

（2）（配点 16 点）

- 答えに 16 点（(i)4 点、(ii)各 6 点×2）

（3）（配点 16 点）

- 答えに 16 点（各 8 点）

（4）（配点 16 点）

- 答えに 16 点（各 8 点）

第 2 問（60 点満点）

（1）（配点 12 点）

- 答えに 12 点（各 4 点）

（2）（配点 16 点）

- 答えに 16 点（(i)4 点、(ii)各 6 点×2）

（3）（配点 16 点）

- 答えに 16 点（各 8 点）

（4）（配点 16 点）

- 答えに 16 点（各 8 点）

第 3 問（35 点満点）

（1）（配点 12 点）

- 焦点 F、F' の座標を求めて 3 点
- P の y 座標を求めて 3 点
- 直線 $\mathrm{F}'\mathrm{P}$ の方程式に 3 点
- 点 Q の座標を求めて 3 点

（2）（配点 9 点）

- FP^2 を求める計算式に 3 点
- FP の長さを p を用いて表して 3 点

- $\dfrac{\mathrm{FP}}{\mathrm{PH}}$が一定であることを証明して 3 点

（3）（配点 14 点）

- 楕円の性質より FP+F$'$P =12 を示して 3 点
- F$'$P の長さを p を用いて表して 3 点
- F$'$P：F$'$R =PQ:PH に値を代入して 3 点
- p の値を求めて 2 点
- FP の値を求めて 3 点

第 4 問（35 点満点）

（1）（配点 9 点）

- l の方程式を求めて 3 点
- C と l の方程式から y を消去して 3 点
- α の値を求めて 3 点

（2）（配点 6 点）

- $\displaystyle\int_0^3 \frac{x}{\sqrt{x^2+3}}\,dx$ を置換積分して 3 点
- $\displaystyle\int_0^3 \frac{x}{\sqrt{x^2+3}}\,dx$ の値を求めて 3 点

（3）（配点 20 点）

- C と l の上下関係を示して 2 点
- 求める面積 S の計算過程に 4 点
- $\displaystyle\int_0^3 \frac{3}{\sqrt{x^2+3}}\,dx$ を置換積分して 6 点
- $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cos\theta}{1-\sin^2\theta}\,d\theta$ を置換積分して 6 点
- S の値を求めて 2 点

第 5 問（35 点満点）

（1）（配点 12 点）

- $x^2+y^2=10$ から y を消去して 3 点
- 共有点の x 座標を求めて 3 点
- 共有点の座標を求めて 3 点
- 領域 D を求めて 3 点

（2）（配点 6 点）

- C_1 の中心と l の距離が $\sqrt{10}$ になることを立式して 3 点
- a の値に 3 点

（3）（配点 17 点）

- 直線 l が a の値によらず定点 A を通ることを示して 3 点

- l の傾きが最小になるときの a の値に 3 点
- l の傾きが最大になるときの a の値に 3 点
- $a=\dfrac{3}{2}$ が最大値であることの根拠に 5 点
- a の範囲に 3 点

第 6 問（35 点満点）

（1）（配点 10 点）

- $\vec{c}\cdot\vec{a}=0$ を示して 2 点
- $\vec{b}\cdot\vec{c}$ を求める式に値を代入して 2 点
- 線分 OC の長さを求めて 2 点
- $\overrightarrow{\mathrm{AD}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{DE}}$ を求める式に 2 点
- $\overrightarrow{\mathrm{AD}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{DE}}$ の値を求めて 2 点

（2）（配点 6 点）

- △ADE の外心が AE の中点であることを示して 2 点
- $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$、$\overrightarrow{\mathrm{OE}}$ で表して 2 点
- $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$、$\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ で表して 2 点

（3）（配点 19 点）

- $\overrightarrow{\mathrm{AQ}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$、$\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ で表して 2 点
- 直線 PQ と平面 ABC と直行する条件式に 2 点
- $\overrightarrow{\mathrm{PQ}}$ を $\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{c}$ で表して 2 点
- $7s+7t=2$ を求めて 2 点
- $7s+12t=4$ を求めて 2 点
- s、t の値を求めて 2 点
- $\overrightarrow{\mathrm{AQ}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$、$\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ で表して 2 点
- 線分 BC を 7:2 にする点を設定して Q の位置関係を示して 2 点
- $\dfrac{T_2}{T_1}$ の値を求めて 3 点

第 7 問（35 点満点）

（1）（配点 7 点）

- x^2-2x+3 の最小値を求めて 3 点
- t の範囲を求めて 4 点

（2）（配点 13 点）

- $f(x)$ を t を用いて表して 4 点
- $g(t)$ を平方完成して 3 点
- $g(t)$ の最小値を求めて 3 点
- $f(x)$ が最小値をとるときの x の値を求めて 3 点

(3)（配点 15 点）

- $y=g(t)$ のグラフに 5 点
- $f(x)=k$ の実数解の個数を求めて 10 点（各 2 点）

第 8 問（35 点満点）

(1)（配点 5 点）

- 8^k を 7 で割った余りは 1 であることを証明して 5 点

(2)（配点 8 点）

- $k=7a$ 、$7a\pm1$、$7a\pm2$、$7a\pm3$ のときの k^3 の余りを示して 8 点（各 2 点）

(3)（配点 8 点）

- n^3-721 と n^3 は 7 で割った余りが等しいことを示して 3 点
- m が 3 の倍数であることを示して 5 点

(4)（配点 14 点）

- $n^3-(2^l)^3$ を因数分解して 4 点
- $(n-2^l, n^2+n\cdot2^l+4^l)$ の値を組を求めて 4 点（各 2 点）
- $n-2^l=1$ 、$n^2+n\cdot2^l+4^l=721$ のとき、(m,n) の組がないことを示して 3 点
- $n-2^l=7$ 、$n^2+n\cdot2^l+4^l=103$ のときの (m,n) の値を求めて 3 点