広島大本番レベル模試(文系)

解答・解説・採点基準

全４問　１２０分　２００点満点

［Ｉ］　（５０点）

【解答・採点基準】

(1)

解と係数の関係より，

$$a_n a_{n+1}{}^2 = 1 \qquad \cdots ①$$

が成り立つ。また，問題文の条件から a_{n+1} は実数であり，①より

$a_{n+1} \neq 0$ であるから $a_{n+1}{}^2 > 0$ となる。したがって，$a_n = \dfrac{1}{a_{n+1}{}^2} > 0$ となる。以上より，すべての n について $a_n > 0$ であることが示された。

（証明終）

(1)[別解]

背理法を利用して，すべての n について $a_n > 0$ であることを示す。すなわち，ある n が存在して，$a_n \leqq 0$ となると仮定して矛盾を導く。ここで，$f(x) = x^2 - b_n x + 1$ とおく。このとき $f(0) = 1 > 0$ であるから，xy 平面において２次関数 $y = f(x)$ と x 軸の交点の x 座標は，２つとも正の実数または２つとも負の実数である。

[1] $a_n = 0$ の場合

$f(0) = 1 > 0$ より反する。

[2] $a_n < 0$ の場合

問題文の条件から a_{n+1} は実数である。また解と係数の関係より $a_n a_{n+1}{}^2 = 1$ となり，このとき $a_{n+1} \neq 0$ であるから $a_{n+1}{}^2 > 0$ となる。したがって，$f(x) = 0$ は正の実数解と負の実数解を１つずつもつ。これは，xy 平面において２次関数 $y = f(x)$ と x 軸の交点の x 座標は，２つとも正の実数または２つとも負の実数であることに反する。

(1)　12 点

$a_{n+1}{}^2 > 0$ を示して‥4 点

証明終‥8 点

(1)[別解]　12 点

背理法を用いる方針‥4 点

$a_n = 0$ の場合に言及して‥2 点

$a_n < 0$ の場合に言及して‥2 点

$a_{n+1}{}^2 > 0$ を示して‥4 点

以上, [1], [2]より，すべての n について $a_n>0$ であることが示された。

(証明終)

(2)

(2)　12 点

解と係数の関係より,

$$\begin{cases} a_n+a_{n+1}{}^2=b_n & \cdots ② \\ a_na_{n+1}{}^2=1 & \cdots ③ \end{cases}$$

となる。(1)より，$a_n>0,\ a_{n+1}>0$ であるから，③の両辺について 2 を底とする対数をとると,

$a_na_{n+1}{}^2=1$・・4 点

$a_n>0,\ a_{n+1}>0$ より③の両辺について 2 を底とする対数をとる方針・・2 点

$$\log_2 a_n+2\log_2 a_{n+1}=0$$
$$\Leftrightarrow \log_2 a_{n+1}=-\frac{1}{2}\log_2 a_n$$

となる。

(答)　$\log_2 a_{n+1}=-\dfrac{1}{2}\log_2 a_n$

答・・6 点

(3)

(3)　16 点

$\log_2 a_{n+1}=-\dfrac{1}{2}\log_2 a_n$ について，$c_n=\log_2 a_n$ とおくと

$$c_{n+1}=-\frac{1}{2}c_n$$

である。ただし，$c_1=\log_2 a_1=-\dfrac{1}{2}$ である。したがって，数列 $\{c_n\}$ は初項 $-\dfrac{1}{2}$，公比 $-\dfrac{1}{2}$ の等比数列であるから

等比数列であることに言及して・・2 点

$$c_n=\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$
$$=\left(-\frac{1}{2}\right)^n$$

と求まる。したがって

$$c_n=\log_2 a_n$$
$$\Leftrightarrow a_n=2^{\left(-\frac{1}{2}\right)^n}$$

となる。また，②, ③より

$$\begin{aligned} b_n &= a_n + {a_{n+1}}^2 \\ &= a_n + \frac{1}{a_n} \\ &= 2^{\left(-\frac{1}{2}\right)^n} + 2^{-\left(-\frac{1}{2}\right)^n} \\ &= 2^{(-1)^n\left(\frac{1}{2}\right)^n} + 2^{(-1)^{n+1}\left(\frac{1}{2}\right)^n} \\ &= 2^{\left(\frac{1}{2}\right)^n} + 2^{-\left(\frac{1}{2}\right)^n} \end{aligned}$$	$a_n + {a_{n+1}}^2 = b_n$ ・・**4 点**
である。	
(答) $a_n = 2^{\left(-\frac{1}{2}\right)^n}$, $b_n = 2^{\left(\frac{1}{2}\right)^n} + 2^{-\left(\frac{1}{2}\right)^n}$	**答・・10 点**
($b_n = 2^{\left(-\frac{1}{2}\right)^n} + 2^{-\left(-\frac{1}{2}\right)^n}$ も可)	**(各 5 点×2)**
(4)	**(4)　10 点**
$a_n = 2^{\left(-\frac{1}{2}\right)^n}$ であるから,	
$$\begin{aligned} a_1 a_2 \cdots a_{m-1} a_m &= 2^{\left(-\frac{1}{2}\right)} 2^{\left(-\frac{1}{2}\right)^2} \cdots 2^{\left(-\frac{1}{2}\right)^{m-1}} 2^{\left(-\frac{1}{2}\right)^m} \\ &= 2^{\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)^2+\cdots+\left(-\frac{1}{2}\right)^{m-1}+\left(-\frac{1}{2}\right)^m} \\ &= 2^{-\frac{1}{2}\cdot\frac{1-\left(-\frac{1}{2}\right)^m}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)}} \\ &= 2^{-\frac{1}{3}\left\{1-\left(-\frac{1}{2}\right)^m\right\}} \end{aligned}$$	
となる。	
(答) $a_1 a_2 \cdots a_{m-1} a_m = 2^{-\frac{1}{3}\left\{1-\left(-\frac{1}{2}\right)^m\right\}}$	**答・・10 点**

〔２〕　（５０点）

【解答・採点基準】

(1)

$$\begin{aligned}\cos 4\theta &= 2\cos^2(2\theta)-1\\ &= 2\left(2\cos^2\theta-1\right)^2-1\\ &= 2\left(2A^2-1\right)^2-1\\ &= 8A^4-8A^2+1\end{aligned}$$

となる。

(答)　$\cos 4\theta = 8A^4-8A^2+1$

(1)　5 点

答‥5 点

(2)

$\theta=\dfrac{\pi}{24},\dfrac{13\pi}{24},\dfrac{25\pi}{24},\dfrac{37\pi}{24}$ のとき，$\cos 4\theta=\cos\dfrac{\pi}{6}$ を満たすことを利用すると, (1)より，方程式

$$\begin{aligned}&8x^4-8x^2+1=\cos\frac{\pi}{6}\\ \Leftrightarrow\ &8x^4-8x^2+1=\frac{\sqrt{3}}{2}\\ \Leftrightarrow\ &x^4-x^2+\frac{2-\sqrt{3}}{16}=0\end{aligned}$$

は $\cos\dfrac{\pi}{24},\ \cos\dfrac{13\pi}{24},\ \cos\dfrac{25\pi}{24},\ \cos\dfrac{37\pi}{24}$ を解として持つ。4次方程式は高々4つしか解を持たないため，この方程式の解はこれらに限られる。よって，$f(x)=x^4-x^2+\dfrac{2-\sqrt{3}}{16}$ となる。

(答)　$f(x)=x^4-x^2+\dfrac{2-\sqrt{3}}{16}$

(2)　20 点

$\cos 4\theta=\cos\dfrac{\pi}{6}$ **を満たすこと‥5 点**

$x^4-x^2+\dfrac{2-\sqrt{3}}{16}=0$ **が指定の4つの解を持つこと‥10 点**

他に解を持たないこと‥5 点

(3)

$\alpha=\cos\dfrac{\pi}{24},\ \beta=\cos\dfrac{13\pi}{24}$ とすると，

$\alpha>0,\ \beta<0,\ \cos\dfrac{25\pi}{24}=-\alpha,\ \cos\dfrac{37\pi}{24}=-\beta$ である。ここで，

(3)　25 点

$$f(x)=\left(x-\cos\frac{\pi}{24}\right)\left(x-\cos\frac{13\pi}{24}\right)\left(x-\cos\frac{25\pi}{24}\right)\left(x-\cos\frac{37\pi}{24}\right)$$
$$=(x-\alpha)(x-\beta)(x+\alpha)(x+\beta)$$
$$=\left(x^2-\alpha^2\right)\left(x^2-\beta^2\right)$$
$$=x^4-\left(\alpha^2+\beta^2\right)x^2+\alpha^2\beta^2$$

となる。よって, (2)で求めた多項式と係数を比較すると,

$\alpha^2+\beta^2=1,\ \alpha^2\beta^2=\dfrac{2-\sqrt{3}}{16}$ となる。このとき,

$$(\alpha+\beta)^2=\alpha^2+2\alpha\beta+\beta^2$$
$$=\alpha^2+\beta^2-2\sqrt{\alpha^2\beta^2}\ (\because \alpha\beta<0)$$
$$=1-2\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{16}}$$
$$=\frac{2\sqrt{2}-\sqrt{4-2\sqrt{3}}}{2\sqrt{2}}$$
$$=\frac{2\sqrt{2}-\sqrt{\left(\sqrt{3}-1\right)^2}}{2\sqrt{2}}$$
$$=\frac{2\sqrt{2}-\left(\sqrt{3}-1\right)}{2\sqrt{2}}$$
$$=\frac{4+\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$$

となる。

(答) $\dfrac{4+\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$

$f(x)$ の係数を α, β を用いて表す‥10点

($f(x)$ を複2次式とみて解と係数の関係を用いるなども可)

$(\alpha+\beta)^2$
$=\alpha^2+\beta^2-2\sqrt{\alpha^2\beta^2}$
‥5点

答‥10点

(3)[別解]

$\cos\dfrac{13\pi}{24}=-\sin\dfrac{\pi}{24}$ に気を付けると,

$$\left(\cos\frac{\pi}{24}+\cos\frac{13\pi}{24}\right)^2$$
$$=\left(\cos\frac{\pi}{24}-\sin\frac{\pi}{24}\right)^2$$
$$=\cos^2\frac{\pi}{24}-2\cos\frac{\pi}{24}\sin\frac{\pi}{24}+\sin^2\frac{\pi}{24}$$
$$=1-\sin\frac{\pi}{12}$$

(3)[別解] 25点

$\cos\dfrac{13\pi}{24}=-\sin\dfrac{\pi}{24}$
‥5点

となる。ここで半角の公式より，

$$\sin^2\frac{\pi}{12}=\frac{1-\cos\frac{\pi}{6}}{2}$$
$$=\frac{2-\sqrt{3}}{4}$$
$$=\frac{4-2\sqrt{3}}{8}$$
$$=2\left(\frac{\sqrt{3}-1}{4}\right)^2$$

となるから，$\sin\frac{\pi}{12}>0$ に気を付けて，

$$1-\sin\frac{\pi}{12}=1-\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{3}-1}{4}$$
$$=\frac{4+\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$$

となる。

(答) $\frac{4+\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$

$\left(\cos\frac{\pi}{24}+\cos\frac{13\pi}{24}\right)^2$

$=1-\sin\frac{\pi}{12}$

・・5 点

$\sin^2\frac{\pi}{12}=\frac{4-2\sqrt{3}}{8}$

・・10 点

答・・10 点

〔３〕　（５０点）

【解答・採点基準】

(1)

1回目の試行で捨てられたカードを x，そのカードが入っていた箱を箱 α，もう1つの箱を箱 β とする。x より大きいカードは，箱 α に入っていないから，x より大きいカードは箱 β に入っていたこととなる。ここで x† 3 とすると，箱 β に $4, 5$ が入っていたことになるが，$1+2+3+4+5=15,\ 4+5=9,\ 15<9\cdot 2$ に気を付けると，箱 β の合計の方が大きいこととなり，箱 α のカードが捨てられたことに矛盾する。よって $x=4, 5$ のいずれかとなる。$x=4$ となる場合を考える。箱 β に5が入っており，$\dfrac{15}{2}=7.5$ より，合計が7以下となっているパターンである。これは，箱 β に，$\{5\}, \{1, 5\}, \{2, 5\}$ のいずれかが入っている場合のみである。箱 β が箱 A, B のいずれかであることを考えれば，$x=4$ となるのは，$3\cdot 2=6$ 通りである。一方で，全体で $2^5=32$ 通りであるから，$x=5$ となるのは，$32-6=26$ 通りである。以上より，1回の試行の後のカードの組としてあり得るのは，$\{1, 2, 3, 4\}, \{1, 2, 3, 5\}$ であり，それぞれ起こる確率は $\dfrac{13}{16}, \dfrac{3}{16}$ となる。

(答) あり得る組: $\{1, 2, 3, 4\}, \{1, 2, 3, 5\}$

それぞれの確率: $\dfrac{13}{16}, \dfrac{3}{16}$

(2)

1回の試行の後のカードの組で場合分けを行う。

[1] $\{1, 2, 3, 4\}$ の場合

2回目の試行に対して，x, α, β を(1)と同様に定める。x† 2 とすると，(1)と同様の議論から矛盾する。よって $x=3, 4$ のいずれかとなる。$x=3$ となる場合を考えると，$1+2+3+4=10$ であるから，箱 β に $\{4\}$ が入っている場合か，β がBで箱 β に $\{1, 4\}$ が入っている場合の3通りである。一方で，全体で $2^4=16$ 通りであるから，$x=4$ となるのは，$16-3=13$ 通りである。よって，

(1)　10点

取り出されるカードは4か5である‥3点

5が取り出されるパターンの列挙‥3点

あり得る組‥2点(完答)

確率‥2点(完答)

(2)　20点

$\{1, 2, 3, 4\}$ のとき，取り出さるカードは3か4である。‥3点

$\{1, 2, 3, 4\}$ のとき，4が取り出されるパターンの列挙‥5点

この場合の2回の試行の後のカードの組としてあり得るのは，$\{1,2,3\},\{1,2,4\}$ であり，それぞれ起こる確率は，$\frac{13}{16}\cdot\frac{13}{16},\ \frac{13}{16}\cdot\frac{3}{16}$ である。

[2] $\{1,2,3,5\}$ の場合

2回目の試行に対して，x,α,β を(1)と同様に定める。x† 2 とすると，(1)と同様の議論から矛盾する。よって $x=3,5$ のいずれかとなる。$x=3$ となる場合を考えると，$1+2+3+5=11$ であるから，箱 β に $\{5\}$ が入っている場合の2通りである。一方で，全体で $2^4=16$ 通りであるから，$x=4$ となるのは，$16-2=14$ 通りである。よって，この場合の2回の試行の後のカードの組としてあり得るのは，$\{1,2,3\},\{1,2,5\}$ であり，それぞれ起こる確率は，$\frac{3}{16}\cdot\frac{7}{8},\ \frac{3}{16}\cdot\frac{1}{8}$ である。

$\{1,2,3,5\}$ のとき，取り出さるカードは3か4である。‥3点

$\{1,2,3,5\}$ のとき，4が取り出されるパターンの列挙‥3点

[1][2]より，2回の試行の後のカードの組としてあり得るのは，$\{1,2,3\},\{1,2,4\},\{1,2,5\}$ であり，それぞれの確率は

$$\frac{13}{16}\cdot\frac{13}{16}+\frac{3}{16}\cdot\frac{7}{8}=\frac{169+42}{256}=\frac{211}{256},\ \frac{13}{16}\cdot\frac{3}{16}=\frac{39}{256},\ \frac{3}{16}\cdot\frac{1}{8}=\frac{3}{128}$$ である。

(答) あり得る組：$\{1,2,3\},\{1,2,4\},\{1,2,5\}$

それぞれの確率：$\frac{211}{256},\ \frac{39}{256},\ \frac{3}{128}$

あり得る組‥3点(完答)

確率‥3点(完答)

(3)

(3)　20点

3回の試行の後，$\{1,2\}$ が残っているパターンを，2回の試行の後のカードの組で場合分けを行って考える。

[1] $\{1,2,3\}$ の場合

2回目の試行に対して，x,α,β を(1)と同様に定める。$x=1$ とすると，(1)と同様の議論から矛盾する。よって $x=2,3$ のいずれかとなる。$x=2$ となる場合を考えると，$1+2+3=6$ であるから，β がBで箱 β に $\{3\}$ が入っている場合の1通りである。一方で，全体で $2^3=8$ 通りであるから，$x=3$ となるのは，$8-1=7$ 通りである。よって，この場合の3回の試行の後のカードの組としてあり得るのは，$\{1,2\},\{1,3\}$ であり，それぞれ起こる確率

$\{1,2,3\}$ のとき，取り出さるカードは2か3である。‥3点

$\{1,2,3,4\}$ のとき，4が取り出されるパターンの列挙‥3点

は，$\frac{211}{256}\cdot\frac{7}{8}$，$\frac{211}{256}\cdot\frac{1}{8}$ である。

[2] $\{1,\ 2,\ 4\}$ の場合

$1+2+4=7$，$7<4\cdot 2$ より，必ず 4 が捨てられる。よってこの場合の 3 回の試行の後のカードの組としてあり得るのは，$\{1,\ 2\}$ のみであり，起こる確率は，$\frac{39}{256}$ である。

$\{1,\ 2,\ 4\}$ のとき，取り出さるカードは 4 である。
‥3 点

[3] $\{1,\ 2,\ 5\}$ の場合

$1+2+5=8$，$8<5\cdot 2$ より，必ず 5 が捨てられる。よってこの場合の 3 回の試行の後のカードの組としてあり得るのは，$\{1,\ 2\}$ のみであり，起こる確率は，$\frac{3}{128}$ である。

$\{1,\ 2,\ 5\}$ のとき，取り出さるカードは 4 である。
‥3 点

[1][2][3]より，3 回の試行の後，$\{1,\ 2\}$ が残っている確率は，

$\frac{211}{256}\cdot\frac{7}{8}+\frac{39}{256}+\frac{3}{128}=\frac{1477+312+48}{2048}=\frac{1837}{2048}$ である。一方で，3 回の試行の後，$\{1,\ 2\}$ が残っており，かつ 2 回の試行の後，$\{1,\ 2,\ 3\}$ が残っていた確率は $\frac{1477}{2048}$ であったので，求める条件付き確率は

$$\frac{\frac{1477}{2048}}{\frac{1837}{2048}}=\frac{1477}{1837}$$ となる。

(答) $\frac{1477}{1837}$

$\{1,\ 2\}$ が残っている確率‥3 点

$\{1,\ 2\}$ が残っており，かつ $\{1,\ 2,\ 3\}$ が残っていた確率
‥3 点

答‥2 点

［4］　（５０点）

【解答・採点基準】

(1)

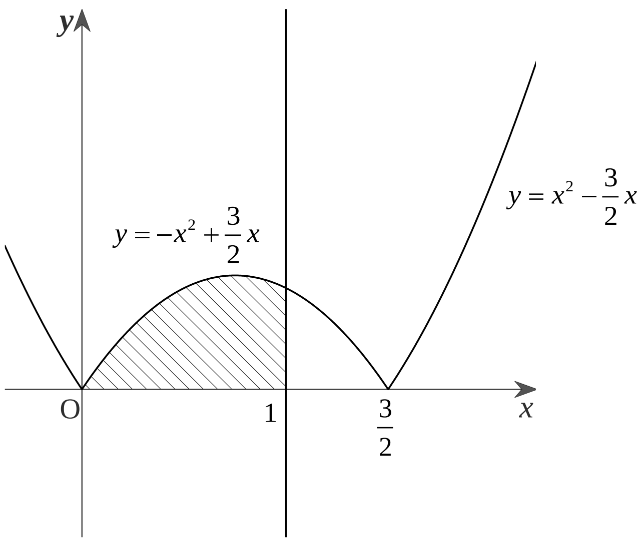
（1）　18点

$a=\frac{3}{2}$ のとき

$$|x^2-ax|=\left|x^2-\frac{3}{2}x\right|$$
$$=\begin{cases} x^2-\frac{3}{2}x & \left(x \leqq 0,\ \frac{3}{2} \leqq x\right) \\ -x^2+\frac{3}{2}x & \left(0<x<\frac{3}{2}\right) \end{cases}$$

正しく場合分けをして絶対値を外す‥2点

であるから，領域 D は下図の斜線部(境界含む)となる。



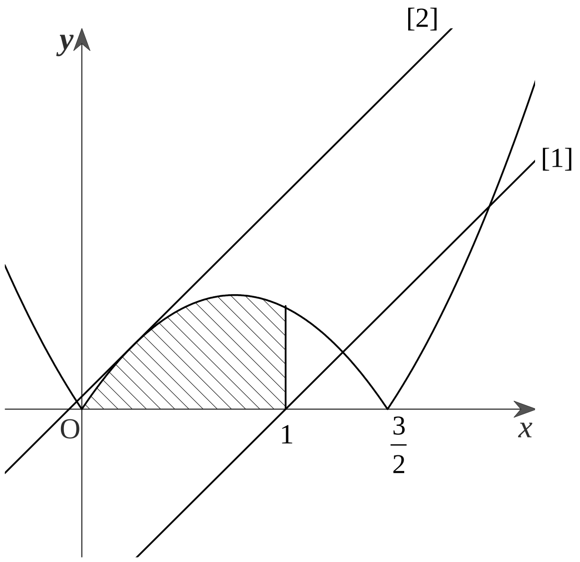
領域 D の図示(境界の言及がなければ１点減点)‥3点

ここで，実数 k を用いて $x-y=k$ とすると，

$$x-y=k$$
$$\therefore y=x-k$$

であるため，$y=x-k$ は傾き 1，y 切片 $-k$ の直線となる。この直線が領域 D と共有点をもつときの k の最大値，最小値を求めればよい。

直線 $y=x-k$ と領域 D が共有点をもつときの k の値を調べる方針‥4点



[1]　k が最大となるとき

$y = x - k$ が点 $(1,\ 0)$ を通るときで,

$$\begin{aligned} k &= 1 - 0 \\ &= 1 \end{aligned}$$

である。

[2]　k が最小となるとき

$y = x - k$ が 0† x† 1 の範囲で $y = -x^2 + \frac{3}{2}x$ と接するとき,

$$x - k = -x^2 + \frac{3}{2}x$$

$$\Leftrightarrow x^2 - \frac{1}{2}x - k = 0$$

の判別式を D とすると,

$$D = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4} + 4k = 0$$

$$\therefore k = -\frac{1}{16}$$

となる。このとき，接点の x 座標は

k が最大となるとき
の値を求めて‥4 点

$$x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{16}=0$$
$$\Leftrightarrow \left(x-\frac{1}{4}\right)^2=0$$
$$\therefore x=\frac{1}{4}$$

となる。これは，$0 \leqq x \leqq 1$ を満たす。また，$y=x-k$ が原点を通るとき $k=0$ となる。よって，k が最小となるのは $y=x-k$ が $0 \leqq x \leqq 1$ の範囲で $y=-x^2+\frac{3}{2}x$ と接するときであり，このとき

$k=-\frac{1}{16}$ である。

以上[1], [2]より，$x-y$ の最大値は 1，最小値は $-\frac{1}{16}$ と求められる。

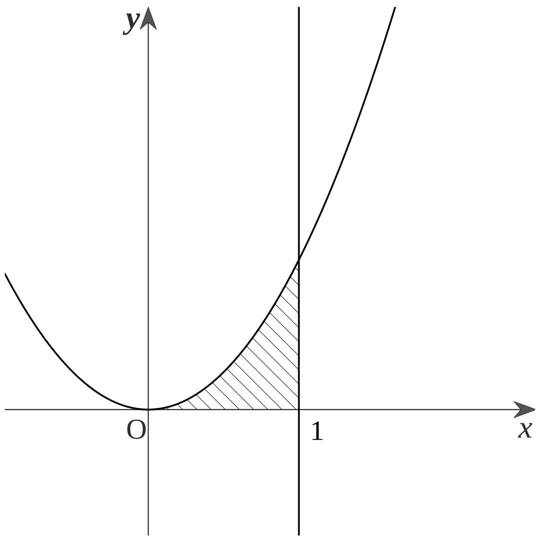
(答) 最大値：1，最小値：$-\frac{1}{16}$

k が最小となるときの値を求めて(きちんとその値が最小になることを示せていなければ 2 点減点)・・5 点

(2)

[1]　$a \leqq 0$ のとき

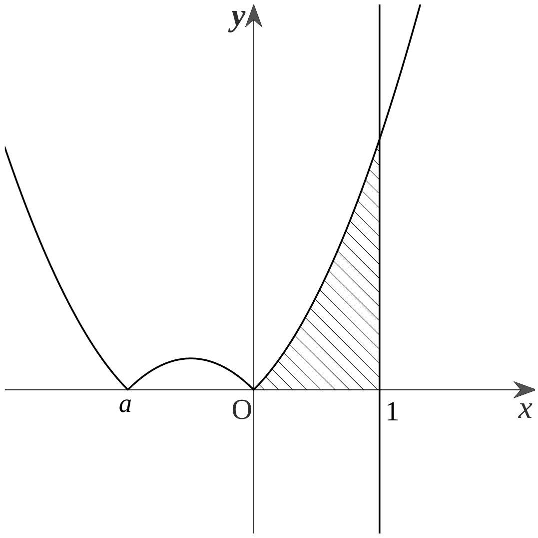
$a=0$ のとき



$a<0$ のとき

(2)　18 点

[1], [2], [3] の場合分け(イコールの位置は不問)・・3 点(完答)

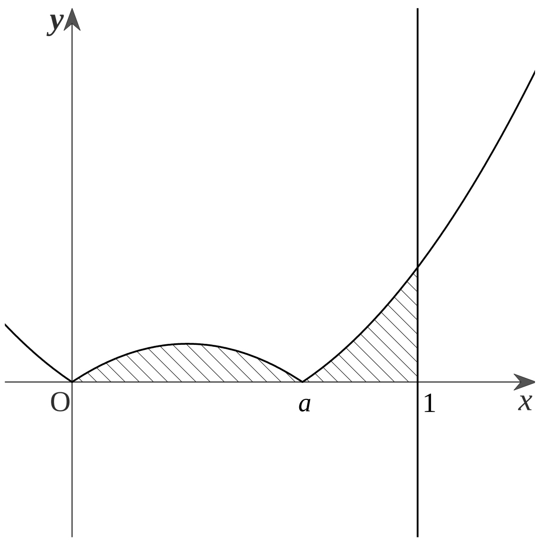


領域 D は上図の斜線部になるため,

$$S=\int_0^1 (x^2-ax)dx$$
$$=\left[\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}ax^2\right]_0^1$$
$$=-\frac{1}{2}a+\frac{1}{3}$$

となる。

[2] $0<a<1$ のとき



領域 D は上図の斜線部になるため,

a† 0(のときの S の立式‥2 点

a† 0(のときの S の値‥3 点

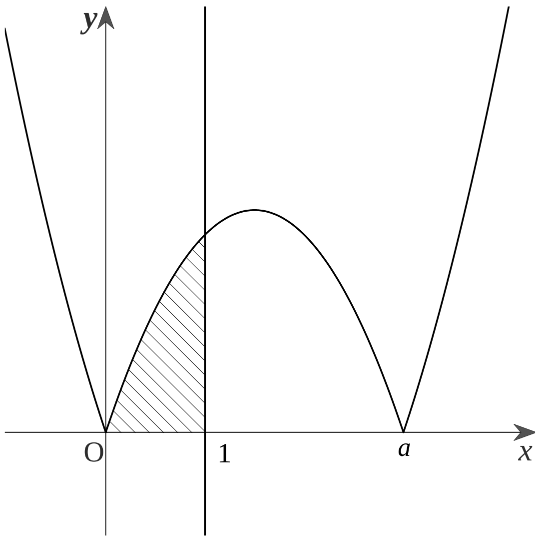
$$S=\int_0^a(-x^2+ax)dx+\int_a^1(x^2-ax)dx$$
$$=\left[-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}ax^2\right]_0^a+\left[\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}ax^2\right]_a^1$$
$$=\left(-\frac{1}{3}a^3+\frac{1}{2}a^3\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}a\right)-\left(\frac{1}{3}a^3-\frac{1}{2}a^3\right)$$
$$=\frac{1}{3}a^3-\frac{1}{2}a+\frac{1}{3}$$

となる。

$0<a<1$ のときの S の立式‥2 点

$0<a<1$ のときの S の値‥3 点

[3]　$a \geq 1$ のとき



領域 D は上図の斜線部になるため，

$$S=\int_0^1(-x^2+ax)dx$$
$$=\left[-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}ax^2\right]_0^1$$
$$=\frac{1}{2}a-\frac{1}{3}$$

となる。

$a \geq 1$ のときの S の立式‥2 点

$a \geq 1$ のときの S の値‥3 点

以上[1], [2], [3]より，

$$S=\begin{cases}-\frac{1}{2}a+\frac{1}{3} & (a \leq 0)\\ \frac{1}{3}a^3-\frac{1}{2}a+\frac{1}{3} & (0<a<1)\\ \frac{1}{2}a-\frac{1}{3} & (a \geq 1)\end{cases}$$

と求められる。

$$(答)\quad S=\begin{cases} -\dfrac{1}{2}a+\dfrac{1}{3} & (a\leqq 0)\\ \dfrac{1}{3}a^3-\dfrac{1}{2}a+\dfrac{1}{3} & (0<a<1)\\ \dfrac{1}{2}a-\dfrac{1}{3} & (a\geqq 1)\end{cases}$$

(3)

(2)より，S は $a\leqq 0$ で単調減少，$a\geqq 0$ で単調増加となる。また，$0<a<1$ のとき

$$\begin{aligned} S' &= a^2-\frac{1}{2}\\ &= \left(a+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(a-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\end{aligned}$$

である。よって，増減表は以下のようになる。

a	$\cdots$	0	$\cdots$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\cdots$	1	$\cdots$
S'	$-$		$-$	0	$+$		$+$
S	$\searrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\nearrow$

よって，$a=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ のとき S は最小値をとり，このとき，

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{3}\\ &= \frac{2-\sqrt{2}}{6}\end{aligned}$$

となる。

$$(答)\quad \frac{2-\sqrt{2}}{6}\ \left(a=\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

(3)　14 点

S が $a\leqq 0$ で単調減少，S が $a\geqq 0$ で単調増加であることを述べる(文面でも増減表でも可)

‥2 点(各 1 点×2)

正しく増減表をかいて($0<a<1$)

‥4 点

S の最小値‥5 点

そのときの a の値

‥3 点