２０２４年　第２回東京科学大本番レベル模試・物理

解答・解説・採点基準

全３問　１２０分　１５０点満点

Ｉ　（５０点）

【解答・採点基準】

[A]

(a)

（ア）$y_a - h$　（イ）$\dfrac{y_a - h}{\tan\theta}$　（ウ）$\dfrac{2(y_a - h)}{\tan\theta}$

(b)

$y = y_0$ で小球Ｉの斜面方向の力のつりあいより

$$mg\sin\theta + k\frac{2(y_0 - h)}{\tan\theta}\cos\theta = 0$$

$$\therefore y_0 = h - \frac{mg}{2k}\tan^2\theta$$

（答）$y_0 = h - \dfrac{mg}{2k}\tan^2\theta$

(c)

$y = y_{\max}$ で小球Ｉに台からはたらく垂直抗力が０になる。小球Ｉの斜面垂直方向の力のつりあいより

$$mg\cos\theta - k\frac{2(y_{\max} - h)}{\tan\theta}\sin\theta = 0$$

$$\therefore y_{\max} = h + \frac{mg}{2k}$$

（答）$y_{\max} = h + \dfrac{mg}{2k}$

(d)

[A]　32 点

(a)　6 点

＊答に各 2 点×3

(b)　6 点

＊斜面方向の力のつりあいに 3 点

＊答に 3 点

(c)　6 点

＊ $y = y_{\max}$ で垂直抗力が 0 であることに 2 点

＊斜面垂直方向の力のつりあいに 2 点

＊答に 2 点

(d)　7 点

小球１が $y=y_{\max}$ に到達すると仮定して，このときの小球 1 の速さを v とすると，小球１，２についてエネルギー保存則より

$$\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}k\left\{\frac{2\left(y_{\max}-h\right)}{\tan\theta}\right\}^2+2mgy_{\max}$$
$$=\frac{1}{2}k\left\{\frac{2\left(y_1-h\right)}{\tan\theta}\right\}^2+2mgy_1$$
$$\Leftrightarrow mv^2=\left(y_1-y_{\max}\right)\left\{\frac{2k}{\tan^2\theta}\left(y_1+y_{\max}-2h\right)+2mg\right\}$$

である。$v^2<0$ のとき，小球１，２は $y=y_{\max}$ に達することがなく単振動するから

$$\left(y_1-y_{\max}\right)\left\{\frac{2k}{\tan^2\theta}\left(y_1+y_{\max}-2h\right)+2mg\right\}<0$$
$$\Rightarrow \frac{k}{\tan^2\theta}\left(y_1+y_{\max}-2h\right)+mg>0\ (\because y_1<y_{\max})$$
$$\Leftrightarrow y_1>h-\frac{mg}{2k}\left(1+2\tan^2\theta\right)\ \left(\because y_{\max}=h+\frac{mg}{2k}\right)$$

(答)　$y_1>h-\dfrac{mg}{2k}\left(1+2\tan^2\theta\right)$

＊エネルギー保存則に 2 点

＊ $y=y_{\max}$ に到達しなければよいことに 2 点

＊答に 3 点

(d) [別解]

単振動の振動中心は $y=y_0$，振幅は y_0-y_1 であるから，求める条件は

$$y_0+\left(y_0-y_1\right)<y_{\max}$$
$$\Leftrightarrow y_1>2\left(h-\frac{mg}{2k}\tan^2\theta\right)-\left(h+\frac{mg}{2k}\right)$$
$$\left(\because y_{\max}=h+\frac{mg}{2k}\right)$$
$$\therefore y_1>h-\frac{mg}{2k}\left(1+2\tan^2\theta\right)$$

(答)　$y_1>h-\dfrac{mg}{2k}\left(1+2\tan^2\theta\right)$

(d)［別解］　7 点

＊単振動の振動中心に１点

＊単振動の振幅に１点

＊単振動の上端が $y=y_{\max}$ より小さければよいことに 2 点

＊答に 3 点

(e)

小球１に台からはたらく垂直抗力を N とすると，小球１の斜面垂直方向の力のつりあいより

(e)　7 点

＊台からはたらく垂直抗力を求めて 2 点

＊ y 方向の運動方程式に 2 点

$$mg\cos\theta - k\frac{2(y-h)}{\tan\theta}\sin\theta - N = 0$$
$$\therefore N = \{mg - 2k(y-h)\}\cos\theta$$

小球Ｉの y 方向の加速度を a とすると，小球Ｉの y 方向の運動方程式より

$$\begin{aligned} ma &= N\cos\theta - mg \\ &= \{mg - 2k(y-h)\}\cos^2\theta - mg \\ &= -2k\cos^2\theta(y - y_0)\left(\because y_0 = h - \frac{mg}{2k}\tan^2\theta\right) \end{aligned}$$

よって単振動の角振動数は $\cos\theta\sqrt{\dfrac{2k}{m}}$，周期は

(答) $T = \dfrac{2\pi}{\cos\theta}\sqrt{\dfrac{m}{2k}}$

*答に 3 点

(e)[別解]

(e)[別解]　7 点

右側の台の斜面上に l 軸をとり，原点 O を $l=0$，右上向きを正の向きとする。小球Ｉの l 方向の加速度を A とすると，小球Ｉの l 方向の運動方程式より

$$\begin{aligned} mA &= -\frac{2k(y-h)}{\tan\theta}\cos\theta - mg\sin\theta \\ &= -\frac{2k(l\sin\theta - h)}{\tan\theta}\cos\theta - mg\sin\theta \\ &(\because y = l\sin\theta) \\ &= -2k\cos^2\theta\left(l - \frac{y_0}{\sin\theta}\right)\left(\because y_0 = h - \frac{mg}{2k}\tan^2\theta\right) \end{aligned}$$

よって単振動の角振動数は $\cos\theta\sqrt{\dfrac{2k}{m}}$，周期は

(答) $T = \dfrac{2\pi}{\cos\theta}\sqrt{\dfrac{m}{2k}}$

*$y = l\sin\theta$ であることに 2 点

*斜面方向の運動方程式に 2 点

*答に 3 点

[B]

[B]　18 点

(f)

(f)　6 点

回転台とともに運動する観測者から見た小球Ｉの斜面方向の力のつりあいより

$$mg\sin\theta + k\frac{2(y_0' - h)}{\tan\theta}\cos\theta - m\frac{y_0'}{\tan\theta}\Omega_0^2\cos\theta = 0$$

$$\therefore y_0' = \frac{2kh - mg\tan^2\theta}{2k - m\Omega_0^2}$$

*斜面方向の力のつりあいに 3 点

*答に 3 点

（答） $y_0' = \dfrac{2kh - mg\tan^2\theta}{2k - m\Omega_0^2}$

(g)

小球Ｉに台からはたらく垂直抗力を N' とすると，回転台とともに運動する観測者から見た小球Ｉの斜面垂直方向の力のつりあいより

$$mg\cos\theta - k\frac{2(y-h)}{\tan\theta}\sin\theta + m\frac{y}{\tan\theta}\Omega_0^2\sin\theta$$
$$-N' = 0$$
$$\therefore N' = \left\{mg + 2kh + \left(m\Omega_0^2 - 2k\right)y\right\}\cos\theta$$

小球Ｉの y 方向の加速度を a' とすると，小球Ｉの y 方向の運動方程式より

$$\begin{aligned} ma' &= N'\cos\theta - mg \\ &= \left\{mg + 2kh + \left(m\Omega_0^2 - 2k\right)y\right\}\cos^2\theta - mg \\ &= -\left(2k - m\Omega_0^2\right)\cos^2\theta\left(y - y_0'\right) \\ &\left(\because y_0' = \frac{2kh - mg\tan^2\theta}{2k - m\Omega_0^2}\right) \end{aligned}$$

よって単振動の角振動数は $\cos\theta\sqrt{\dfrac{2k - m\Omega_0^2}{m}}$ であり，これが Ω_0 に等しいから

$$\cos\theta\sqrt{\frac{2k - m\Omega_0^2}{m}} = \Omega_0$$
$$\Rightarrow \cos^2\theta\left(2k - m\Omega_0^2\right) = m\Omega_0^2$$

$$\therefore \Omega_0 = \cos\theta\sqrt{\frac{2k}{m\left(1+\cos^2\theta\right)}} \quad (\because \Omega_0 > 0)$$

（答） $\Omega_0 = \cos\theta\sqrt{\dfrac{2k}{m\left(1+\cos^2\theta\right)}}$

(g)　8点

＊台からはたらく垂直抗力を求めて１点

＊y 方向の運動方程式に２点

＊単振動の角振動数が Ω_0 に等しいことに２点

＊答に３点

(g)[別解]

右側の台の斜面上に l 軸をとり，原点Ｏを $l=0$，右上向きを正の向きとする。小球Ｉの l 方向の加速度を A' とすると，小球Ｉの l 方向の運動方程式より

(g)[別解]　8点

＊$y = l\sin\theta$ であることに１点

＊斜面方向の運動方程式に２点

＊単振動の角振動数が Ω_0 に等しいことに２点

＊答に３点

$$mA' = -\frac{2k(y-h)}{\tan\theta}\cos\theta - m\frac{y}{\tan\theta}\Omega_0^2\cos\theta$$
$$-mg\sin\theta$$
$$= -\frac{2k(l\sin\theta - h)}{\tan\theta}\cos\theta - m\frac{l\sin\theta}{\tan\theta}\Omega_0^2\cos\theta$$
$$-mg\sin\theta\,(\because y = l\sin\theta)$$
$$= -\left(2k - m\Omega_0^2\right)\cos^2\theta\left(l - \frac{y_0'}{\sin\theta}\right)$$
$$\left(\because y_0' = \frac{2kh - mg\tan^2\theta}{2k - m\Omega_0^2}\right)$$

よって単振動の角振動数は $\cos\theta\sqrt{\dfrac{2k - m\Omega_0^2}{m}}$ であり，これが Ω_0 に等しいから

$$\cos\theta\sqrt{\frac{2k - m\Omega_0^2}{m}} = \Omega_0$$
$$\Rightarrow \cos^2\theta\left(2k - m\Omega_0^2\right) = m\Omega_0^2$$

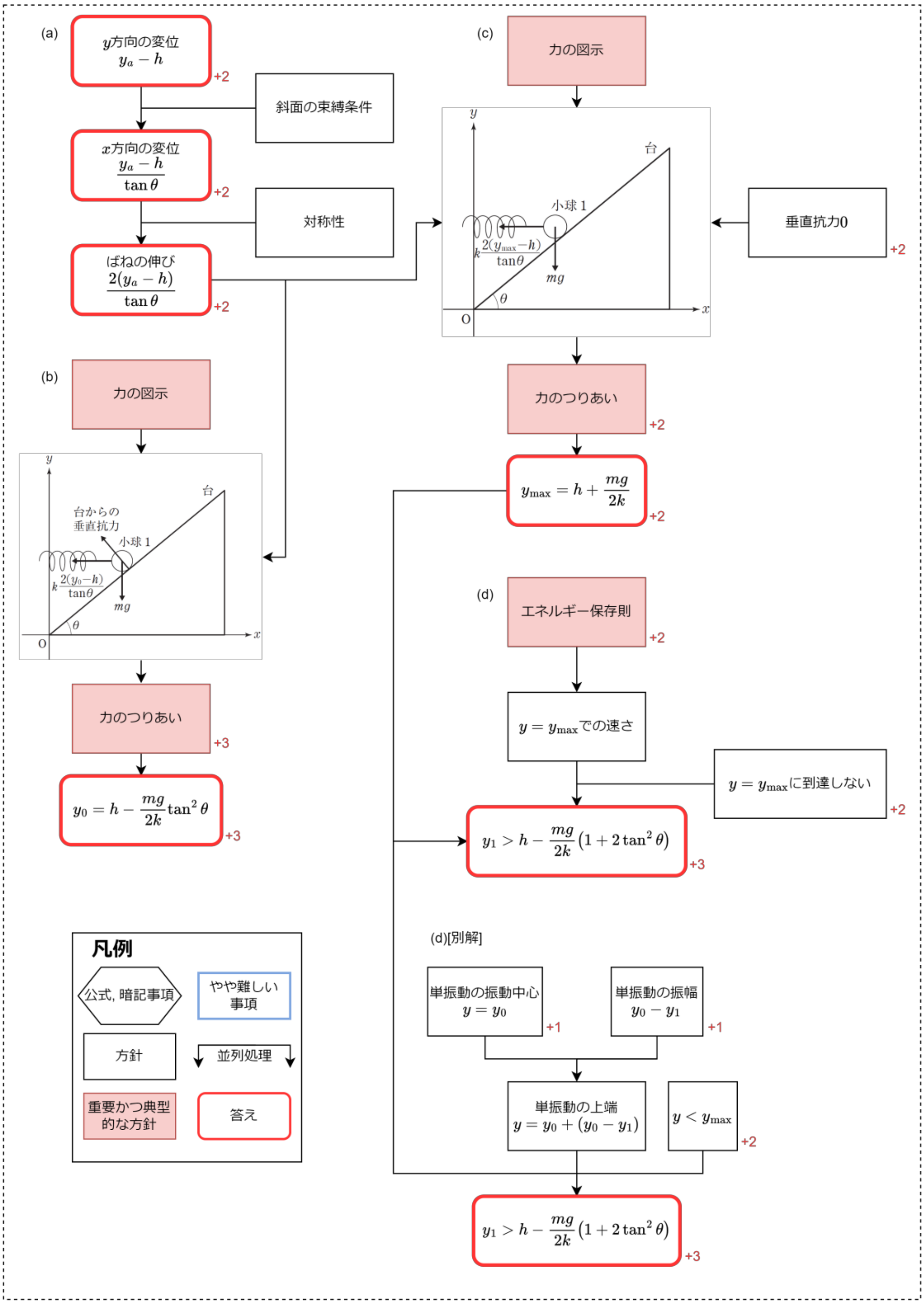
$$\therefore \Omega_0 = \cos\theta\sqrt{\frac{2k}{m\left(1+\cos^2\theta\right)}}\ (\because \Omega_0 > 0)$$

(答) $\Omega_0 = \cos\theta\sqrt{\dfrac{2k}{m\left(1+\cos^2\theta\right)}}$

(h) ⑤

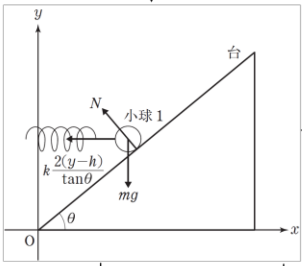
(h) 4 点

[A]


(a)
y方向の変位 $y_a - h$
+2
斜面の束縛条件
x方向の変位 $\dfrac{y_a - h}{\tan\theta}$
+2
対称性
ばねの伸び $\dfrac{2(y_a - h)}{\tan\theta}$
+2
(b)
力の図示
台
台からの垂直抗力
小球 1
$k\dfrac{2(y_0-h)}{\tan\theta}$
mg
θ
O
x
y
力のつりあい
+3
$y_0 = h - \dfrac{mg}{2k}\tan^2\theta$
+3
(c)
力の図示
台
小球 1
$k\dfrac{2(y_{\max}-h)}{\tan\theta}$
mg
θ
O
x
y
垂直抗力0
+2
力のつりあい
+2
$y_{\max} = h + \dfrac{mg}{2k}$
+2
(d)
エネルギー保存則
+2
$y = y_{\max}$での速さ
$y = y_{\max}$に到達しない
+2
$y_1 > h - \dfrac{mg}{2k}(1 + 2\tan^2\theta)$
+3
(d)[別解]
単振動の振動中心 $y = y_0$
+1
単振動の振幅 $y_0 - y_1$
+1
単振動の上端 $y = y_0 + (y_0 - y_1)$
$y < y_{\max}$
+2
$y_1 > h - \dfrac{mg}{2k}(1 + 2\tan^2\theta)$
+3
凡例
公式, 暗記事項
やや難しい事項
方針
並列処理
重要かつ典型的な方針
答え

(e)

力の図示



(a)ばねの伸び
$$\frac{2(y_a-h)}{\tan\theta}$$

力のつりあい

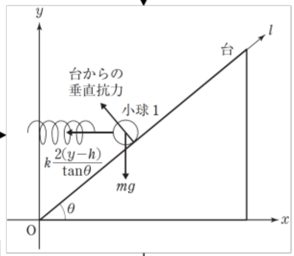
垂直抗力
$$N=\{mg-2k(y-h)\}\cos\theta$$
+2

運動方程式 +2

$$a=-\frac{2k}{m}\cos^2\theta(y-y_0)$$

(e)[別解]

力の図示



$$y=l\sin\theta$$
+2

運動方程式 +2

$$A=-\frac{2k}{m}\cos^2\theta\left(l-\frac{y_0}{\sin\theta}\right)$$

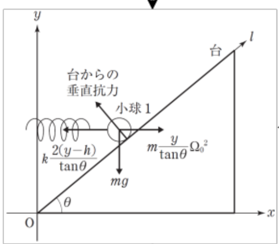
単振動の周期

$$T=\frac{2\pi}{\cos\theta}\sqrt{\frac{m}{2k}}$$
+3

[B]

(f)

力の図示



(a)ばねの伸び
$$\frac{2(y_a-h)}{\tan\theta}$$

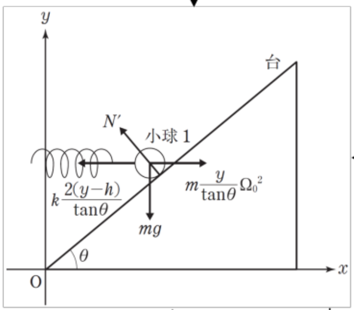
遠心力
$$m\frac{y_0'}{\tan\theta}\Omega_0^2$$

力のつりあい +3

$$y_0'=\frac{2kh-mg\tan^2\theta}{2k-m\Omega_0^2}$$
+3

(g)

力の図示



(a)ばねの伸び $\dfrac{2(y_a-h)}{\tan\theta}$

遠心力 $m\dfrac{y}{\tan\theta}\Omega_0^2$

力のつりあい

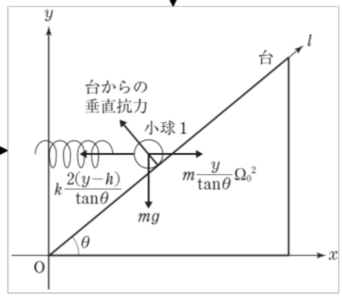
垂直抗力
$N' = \{mg + 2kh + (m\Omega_0^2 - 2k)y\}\cos\theta$ +1

運動方程式 +2

$$a' = -\frac{2k - m\Omega_0^2}{m}\cos^2\theta(y - y_0')$$

(g)[別解]

力の図示



$y = l\sin\theta$ +1

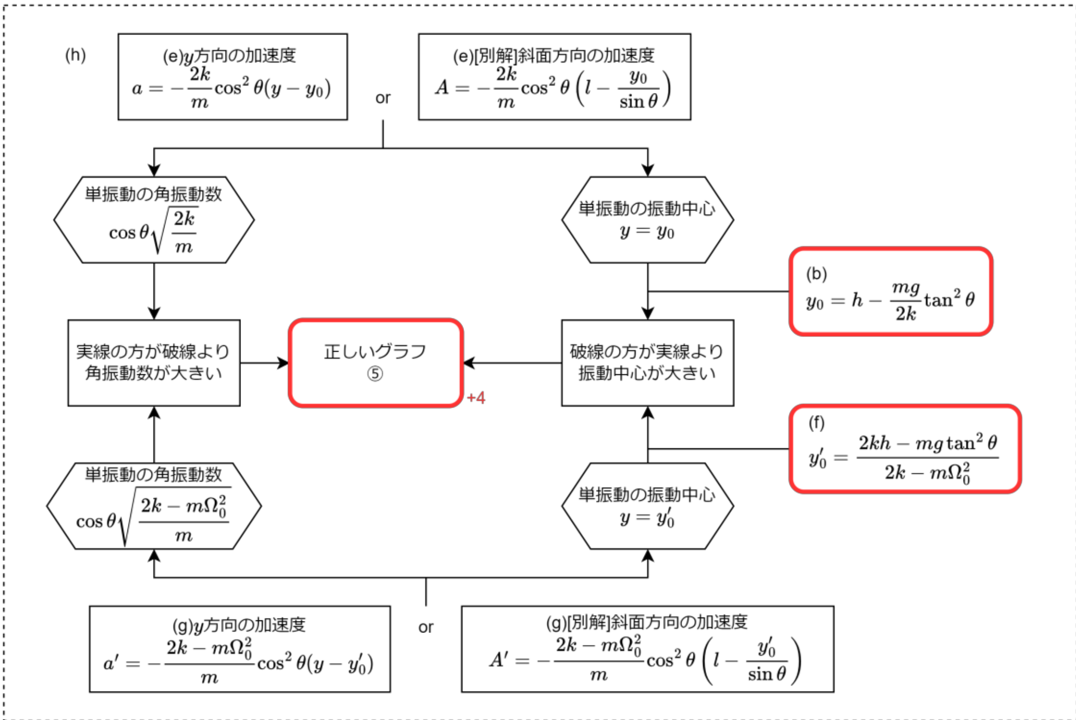
運動方程式 +2

$$A' = -\frac{2k - m\Omega_0^2}{m}\cos^2\theta\left(l - \frac{y_0'}{\sin\theta}\right)$$

単振動の角振動数 $\cos\theta\sqrt{\dfrac{2k - m\Omega_0^2}{m}}$

Ω_0に等しい +2

$$\Omega_0 = \cos\theta\sqrt{\frac{2k}{m(1+\cos^2\theta)}}$$ +3


(h)
(e)y方向の加速度
$a=-\frac{2k}{m}\cos^2\theta(y-y_0)$
or
(e)[別解]斜面方向の加速度
$A=-\frac{2k}{m}\cos^2\theta\left(l-\frac{y_0}{\sin\theta}\right)$
単振動の角振動数
$\cos\theta\sqrt{\frac{2k}{m}}$
単振動の振動中心
$y=y_0$
(b)
$y_0=h-\frac{mg}{2k}\tan^2\theta$
実線の方が破線より
角振動数が大きい
正しいグラフ
⑤
+4
破線の方が実線より
振動中心が大きい
(f)
$y'_0=\frac{2kh-mg\tan^2\theta}{2k-m\Omega_0^2}$
単振動の角振動数
$\cos\theta\sqrt{\frac{2k-m\Omega_0^2}{m}}$
単振動の振動中心
$y=y'_0$
(g)y方向の加速度
$a'=-\frac{2k-m\Omega_0^2}{m}\cos^2\theta(y-y'_0)$
or
(g)[別解]斜面方向の加速度
$A'=-\frac{2k-m\Omega_0^2}{m}\cos^2\theta\left(l-\frac{y'_0}{\sin\theta}\right)$

$\boxed{2}$ （５０点）

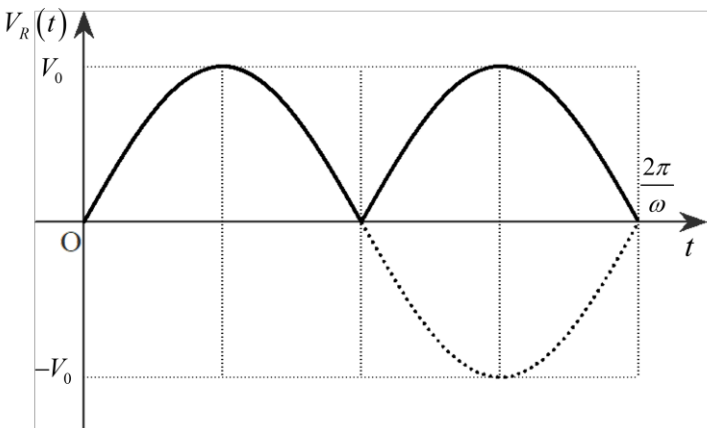
【解答・採点基準】

[A]

(a)

$V>0$:②,　$V<0$:⑤

グラフ：



(b)

消費電力は

$$P_R(t)=\frac{\{V_R(t)\}^2}{R}$$

$$=\frac{V_0^2}{R}\sin^2\omega t\ \left(\because V_R(t)=|V_0\sin\omega t|\right)$$

時間平均は

$$\overline{P_R}=\frac{V_0^2}{R}\cdot\frac{1}{2}\left(\because \overline{\sin^2\omega t}=\frac{1}{2}\right)$$

$$=\frac{V_0^2}{2R}$$

(答)　$P_R(t)=\dfrac{V_0^2}{R}\sin^2\omega t,\ \overline{P_R}=\dfrac{V_0^2}{2R}$

[B]

(c)

[A]　14点

(a)　8点

＊記号に各2点×2

＊ $V_0|\sin\omega t|$ のグラフを描いて4点

（最大値が V_0 となっていないものは不可）

(b)　6点

＊ $\overline{\sin^2\omega t}=\frac{1}{2}$ であると説明（利用）して2点

＊答に各2点×2

[B]　36点

(c)　7点

＊キルヒホッフの第2法則

コンデンサーの上極板の電荷を Q として，キルヒホッフの第 2 法則より

$$V_0 \sin \omega t = \frac{Q}{C} = RI_R(t)$$

$I_C(t) = \dfrac{\Delta Q}{\Delta t}$ に注意して解くと，

$$I_C(t) = \omega C V_0 \cos \omega t,\ I_R(t) = \frac{V_0}{R}\sin \omega t$$

（答） $I_C(t) = \omega C V_0 \cos \omega t,\ I_R(t) = \dfrac{V_0}{R}\sin \omega t$

に 3 点

（ $V_0 \sin \omega t = RI_R(t)$ のみ，など等式が 1 つの場合は 2 点）

＊答に各 2 点×2

(d)

キルヒホッフの第 1 法則より

$$\begin{aligned} I_D(t) &= I_C(t) + I_R(t) \\ &= \frac{V_0}{R}\sqrt{1+(\omega RC)^2}\sin(\omega t + \varphi) \end{aligned}$$

ただし

$$\tan \varphi = \omega RC$$

よって，

（答） $I_0 = \dfrac{V_0}{R}\sqrt{1+(\omega RC)^2},\ \tan \varphi = \omega RC$

(d)　6 点

＊ $I_D(t) = I_C(t) + I_R(t)$ に 2 点

＊答に各 2 点×2

(e)　$\varphi = \pi - \omega t_2$

(e)　3 点

(f)（ア）$\dfrac{1}{C}$　（イ）$-\dfrac{V_0}{RC}$

(f)　6 点

＊（ア）に 2 点

（符号ミスは 1 点）

＊（イ）に 4 点

（符号ミスは 3 点）

(g)

ΔV_R は

$$\begin{aligned} \Delta V_R &= \frac{V_0}{RC}(t_3 - t_2) \\ &\fallingdotseq \frac{\pi V_0}{\omega RC} \end{aligned}$$

(g)　8 点

＊ ΔV_R（or $\dfrac{\Delta V_R}{V_0}$）を直線の式から立式して 3 点

＊ $\Delta V_R = \dfrac{\pi V_0}{\omega RC}$ に 2 点

より， $$\frac{\Delta V_R}{V_0}=\frac{\pi}{\omega RC}$$ $$=\frac{\pi}{2\pi\times 50\,[\mathrm{rad/s}]\cdot 100\,[\Omega]\cdot C}$$ 求める条件は $$\frac{\Delta V_R}{V_0}<0.01$$ $$\Leftrightarrow \frac{1}{10000C}<\frac{1}{100}$$ $$\therefore C>0.010\,[\mathrm{F}]$$ (答)　$C>0.010\,[\mathrm{F}]$	($\frac{\Delta V_R}{V_0}=\frac{\pi}{\omega RC}$ も可) ＊答に 3 点 ★不等号の向きのミスや単位が F でない場合 2 点 (例：$C<10\,[\mathrm{mF}]$) ★$C \geqq 0.010\,[\mathrm{F}]$ は 3 点)
(h) (ウ) ① (エ) ① (X) $\frac{\pi V_0}{\omega R}$	(h)　6 点 ＊(ウ)(エ)に 3 点(完答) ＊(X)に 3 点

[A]

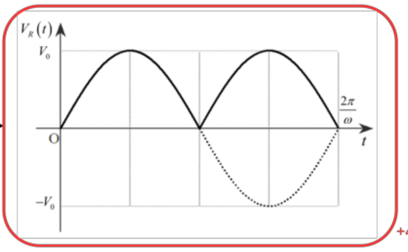
(a)

ダイオードは順方向にだけ電流を流す

$V > 0$: ②
$V < 0$: ⑤

+2 ×2

$V_R(t) = V_0|\sin \omega t|$



+4

(b)

消費電力の式
$P_R(t) = \frac{\{V_R(t)\}^2}{R}$

$P_R(t) = \frac{V_0^2}{R}\sin^2 \omega t$

+2

時間平均
$\overline{P_R} = \frac{V_0^2}{R}\overline{\sin^2 \omega t}$

$\sin^2 \omega t$ の時間平均
$\overline{\sin^2 \omega t} = \frac{1}{2}$

+2

$\overline{P_R} = \frac{V_0^2}{2R}$

+2

[B]

(c)

キルヒホッフの第2法則

$V_0 \sin \omega t = \frac{Q}{C} = RI_R(t)$

+3

コンデンサーに流れる電流
$I_C(t) = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$

問題文のヒント
$\frac{\Delta(\sin \omega t)}{\Delta t} = \omega \cos \omega t$

$I_c(t) = \omega C V_0 \cos \omega t$
$I_R(t) = \frac{V_0}{R}\sin \omega t$

+2 ×2

凡例

公式, 暗記事項

やや難しい事項

方針

並列処理

重要かつ典型的な方針

答え

(d)

キルヒホッフの第1法則

$I_D(t) = I_C(t) + I_R(t)$

+2

三角関数の合成

$I_D(t) = \frac{V_0}{R}\sqrt{1 + (\omega RC)^2}\sin(\omega t + \varphi)$
$\tan \varphi = \omega RC$

$I_0 = \frac{V_0}{R}\sqrt{1 + (\omega RC)^2}$

+2

$\tan \varphi = \omega RC$

+2

(e)

$t = t_2$ のとき
$I_D(t_2) = 0$

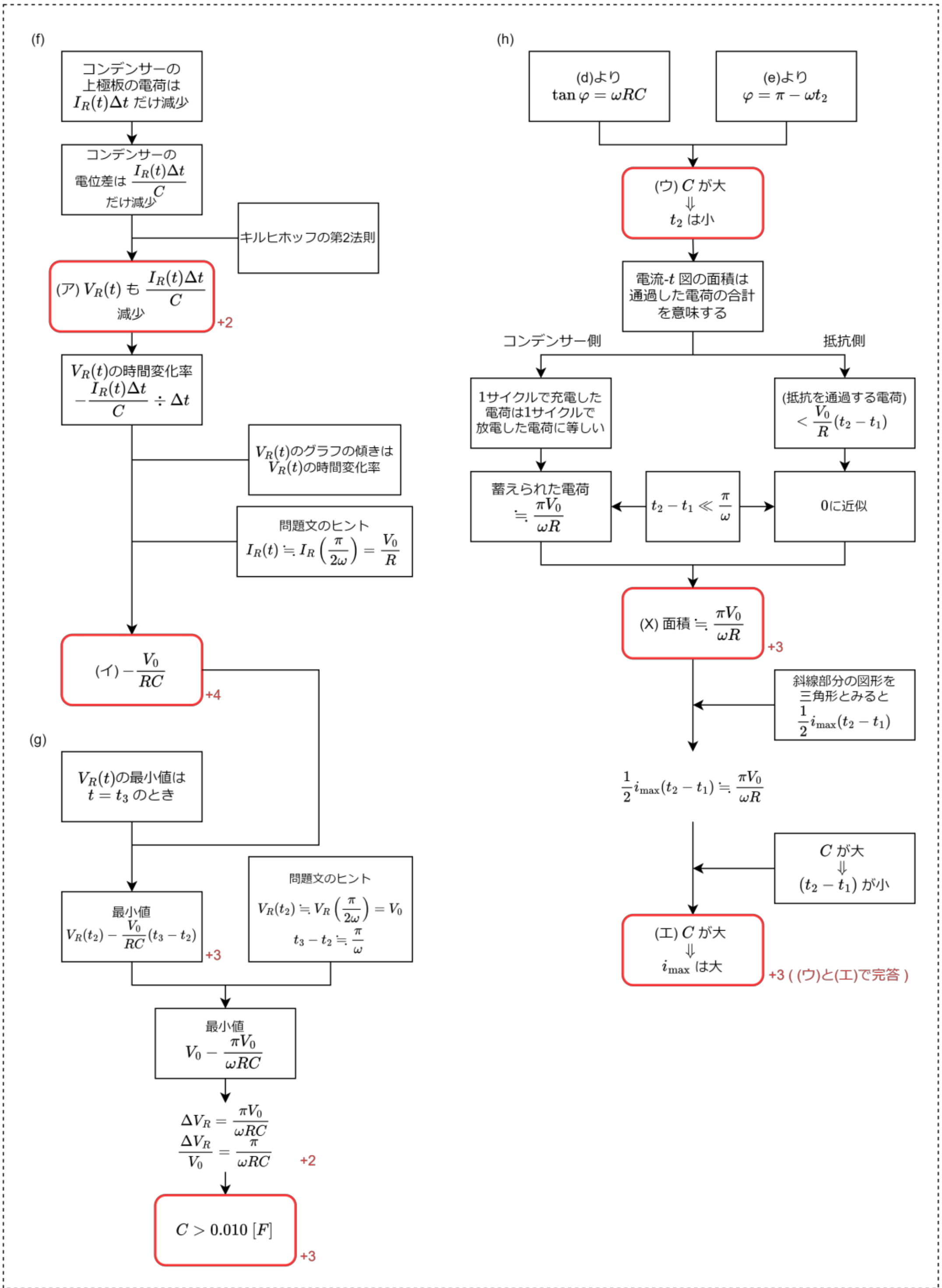
$\sin(\omega t_2 + \varphi) = 0$

$0 < \omega t_2 < \pi$
$0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$

$\omega t_2 + \varphi = \pi$

$\varphi = \pi - \omega t_2$

+3



(f)
コンデンサーの上極板の電荷は $I_R(t)\Delta t$ だけ減少
コンデンサーの電位差は $\dfrac{I_R(t)\Delta t}{C}$ だけ減少
キルヒホッフの第2法則
(ア) $V_R(t)$ も $\dfrac{I_R(t)\Delta t}{C}$ 減少
+2
$V_R(t)$の時間変化率 $-\dfrac{I_R(t)\Delta t}{C} \div \Delta t$
$V_R(t)$のグラフの傾きは $V_R(t)$の時間変化率
問題文のヒント $I_R(t) \fallingdotseq I_R\left(\dfrac{\pi}{2\omega}\right) = \dfrac{V_0}{R}$
(イ) $-\dfrac{V_0}{RC}$
+4
(g)
$V_R(t)$の最小値は $t = t_3$ のとき
最小値 $V_R(t_2) - \dfrac{V_0}{RC}(t_3 - t_2)$
+3
問題文のヒント $V_R(t_2) \fallingdotseq V_R\left(\dfrac{\pi}{2\omega}\right) = V_0$ $t_3 - t_2 \fallingdotseq \dfrac{\pi}{\omega}$
最小値 $V_0 - \dfrac{\pi V_0}{\omega RC}$
$\Delta V_R = \dfrac{\pi V_0}{\omega RC}$ $\dfrac{\Delta V_R}{V_0} = \dfrac{\pi}{\omega RC}$
+2
$C > 0.010\ [F]$
+3
(h)
(d)より $\tan\varphi = \omega RC$
(e)より $\varphi = \pi - \omega t_2$
(ウ) C が大 $\Downarrow$ t_2 は小
電流-t 図の面積は通過した電荷の合計を意味する
コンデンサー側
抵抗側
1サイクルで充電した電荷は1サイクルで放電した電荷に等しい
(抵抗を通過する電荷) $< \dfrac{V_0}{R}(t_2 - t_1)$
蓄えられた電荷 $\fallingdotseq \dfrac{\pi V_0}{\omega R}$
$t_2 - t_1 \ll \dfrac{\pi}{\omega}$
0に近似
(X) 面積 $\fallingdotseq \dfrac{\pi V_0}{\omega R}$
+3
斜線部分の図形を三角形とみると $\dfrac{1}{2} i_{\max}(t_2 - t_1)$
$\dfrac{1}{2} i_{\max}(t_2 - t_1) \fallingdotseq \dfrac{\pi V_0}{\omega R}$
C が大 $\Downarrow$ $(t_2 - t_1)$ が小
(エ) C が大 $\Downarrow$ $i_{\max}$ は大
+3 ((ウ)と(エ)で完答)

3 （５０点）

【解答・採点基準】

[A]

(a) $\nu_0 = \dfrac{\Delta E}{h}$

(b)

運動量保存則より向きを考慮して

$$0 = mw - h\frac{\nu_1}{c}$$

$$\therefore \nu_1 = \frac{mwc}{h}$$

(答) $\nu_1 = \dfrac{mwc}{h}$

(c)

エネルギー保存則より

$$\frac{1}{2}mw^2 + h\nu_1 = \Delta E$$

が成り立つ。ここで, (b)より

$$w = \frac{h\nu_1}{mc}$$

なので代入して

$$\nu_1 = -\frac{mc^2}{h} + \sqrt{\left(\frac{mc^2}{h}\right)^2 + \frac{2mc^2\Delta E}{h^2}}$$

[A] 15点

(a) 3点

＊答に3点

(b) 4点

＊運動量保存則に 3点

＊答に1点

(c) 8点

＊エネルギー保存則に3点

＊(b)の値を代入して1点

＊ $\nu_0 - \nu_1 > 0$ を示して2点

＊答に1点

＊大小関係に1点

$$\nu_0-\nu_1=\frac{\Delta E}{h}-\left\{-\frac{mc^2}{h}+\sqrt{\left(\frac{mc^2}{h}\right)^2+\frac{2mc^2\Delta E}{h^2}}\right\}$$

$$=\frac{mc^2}{h}\left(1+\frac{\Delta E}{mc^2}-\sqrt{1+\frac{2\Delta E}{mc^2}}\right)$$

$$=\frac{mc^2}{h}\frac{\left(1+\frac{\Delta E}{mc^2}\right)^2-\left(1+\frac{2\Delta E}{mc^2}\right)}{1+\frac{\Delta E}{mc^2}+\sqrt{1+\frac{2\Delta E}{mc^2}}}$$

$$=\frac{mc^2}{h}\frac{\left(\frac{\Delta E}{mc^2}\right)^2}{1+\frac{\Delta E}{mc^2}+\sqrt{1+\frac{2\Delta E}{mc^2}}}>0$$

なので，ν_0 の方が大きい。

(答) $\nu_1=-\frac{mc^2}{h}+\sqrt{\left(\frac{mc^2}{h}\right)^2+\frac{2mc^2\Delta E}{h^2}}$

「(c)[別解]」

力学的エネルギー保存則より

$$\frac{1}{2}mw^2+h\nu_1=\Delta E$$

が成り立つ。ここで, (b)より

$$w=\frac{h\nu_1}{mc}$$

なので代入して

$$\nu_1=-\frac{mc^2}{h}+\sqrt{\left(\frac{mc^2}{h}\right)^2+\frac{2mc^2\Delta E}{h^2}}$$

(a)で放出される光子は ΔE のエネルギーをもっているのに対し, (b)では原子が運動エネルギーをもっているため，放出される光子のエネルギーは ΔE よりも小さくなる。光子のエネルギーは振動数に比例するので $\nu_0>\nu_1$ である。

(答) $\nu_1=-\frac{mc^2}{h}+\sqrt{\left(\frac{mc^2}{h}\right)^2+\frac{2mc^2\Delta E}{h^2}}$

[B]

[(c)別解] 8 点

＊エネルギー保存則に 3 点

＊(b)の値を代入して 1 点

＊原子が運動エネルギーを持っているため光子のエネルギーが小さくなることへの言及に 2 点

＊答に 1 点

＊大小関係に 1 点

[B] 35 点

(d)

原子の速度と逆向きに進んでいる光子のみに着目すると，ドップラー効果により原子は，振動数ν_2の光子を振動数$\frac{c+W}{c}\nu_2=\left(1+\frac{W}{c}\right)\nu_2$の光子として受け取る。この光子によって電子はより高いエネルギー準位へ遷移するので

$$\left(1+\frac{W}{c}\right)\nu_2=\frac{\Delta E_1}{h}$$

$$\therefore \nu_2=\frac{c\Delta E_1}{(c+W)h}$$

(答) $\nu_2=\frac{c\Delta E_1}{(c+W)h}$

(e)

運動量保存則より

$$mW-\frac{h\nu_2}{c}=mW'$$

$$\therefore W'=W-\frac{h\nu_2}{mc}$$

(答) $W'=W-\frac{h\nu_2}{mc}$

(f)

エネルギーΔE_1に対応する光子の振動数は$\frac{\Delta E_1}{h}$なので，振動数$\frac{\Delta E_1}{h}$の音を出す音源として原子を見たときのドップラー効果を考えればよい。よって波源が動くドップラー効果の式より

(d) 8点

＊ドップラー効果によって原子が受け取る振動数の式に3点

＊$\left(1+\frac{W}{c}\right)\nu_2=\frac{\Delta E_1}{h}$の立式に3点

＊答に2点

(e) 4点

＊運動量保存則に3点

＊答に1点

(f) 4点

＊波源が動くときのドップラー効果を考えた式に3点

＊答に1点

$$\nu_3 = \frac{c\Delta E_1}{(c - W'\cos\theta)h}$$

$$= \frac{c\Delta E_1}{\left\{c - \left(W - \dfrac{h\nu_2}{mc}\right)\cos\theta\right\}h}$$

$$= \frac{c\Delta E_1}{\left\{c - \left(W - \dfrac{\Delta E_1}{m(c+W)}\right)\cos\theta\right\}h}$$

$$= \frac{c\Delta E_1 m(c+W)}{\{m(c+W)(c - W\cos\theta) + \Delta E_1\cos\theta\}h}$$

(答) $\nu_3 = \dfrac{c\Delta E_1 m(c+W)}{\{m(c+W)(c - W\cos\theta) + \Delta E_1\cos\theta\}h}$

（文脈上必然性があるので、W'で解答している生徒も正解にした

(答) $\nu_3 = \dfrac{c\Delta E_1}{(c - W'\cos\theta)h}$ ）

(g)

原子の進行方向の運動量保存則より向きを考慮して

$$mW' = mW'' + \frac{h\nu_3}{c}\cos\theta$$

$$\therefore W'' = W' - \frac{h\nu_3}{mc}\cos\theta$$

$$= W' - \frac{\Delta E_1}{m(c - W'\cos\theta)}\cos\theta$$

(答) $W' - \dfrac{\Delta E_1}{m(c - W'\cos\theta)}\cos\theta$

(h)

気体分子の平均運動エネルギーの変化は $\frac{1}{2}m\left(W_f{}^2 - W^2\right)$ であり，これが $\frac{3}{2}k_B\Delta T$ と等しくなるので

$$\frac{1}{2}m\left(W_f{}^2 - W^2\right) = \frac{3}{2}k_B\Delta T$$

(g) 6点

＊運動量保存則に 3点

＊(f)の値を代入して 2点

＊答に 1点

(h) 6点

＊気体分子の平均運動エネルギーの変化の値への言及に 2点

＊平均運動エネルギーの変化と温度変化の式を立てて 3

$$\therefore \Delta T = \frac{m}{3k_B}\left(W_f^{\ 2} - W^2\right)$$

(答) $\Delta T = \dfrac{m}{3k_B}\left(W_f^{\ 2} - W^2\right)$

(i)

レーザーを照射した原子の方が明線の間隔が大きい。

理由：速さがWのとき，原子のド・ブロイ波長は$\dfrac{h}{mW}$である。(e)より$W' < W$であり，同様に$W_f < W$が成り立つからレーザーを照射した方が原子の速さが小さくなるので波長が長くなる。波長が長い方が明線の間隔が大きくなるのでレーザーを照射した原子の方が明線の間隔が大きい。

点

＊答に 1 点

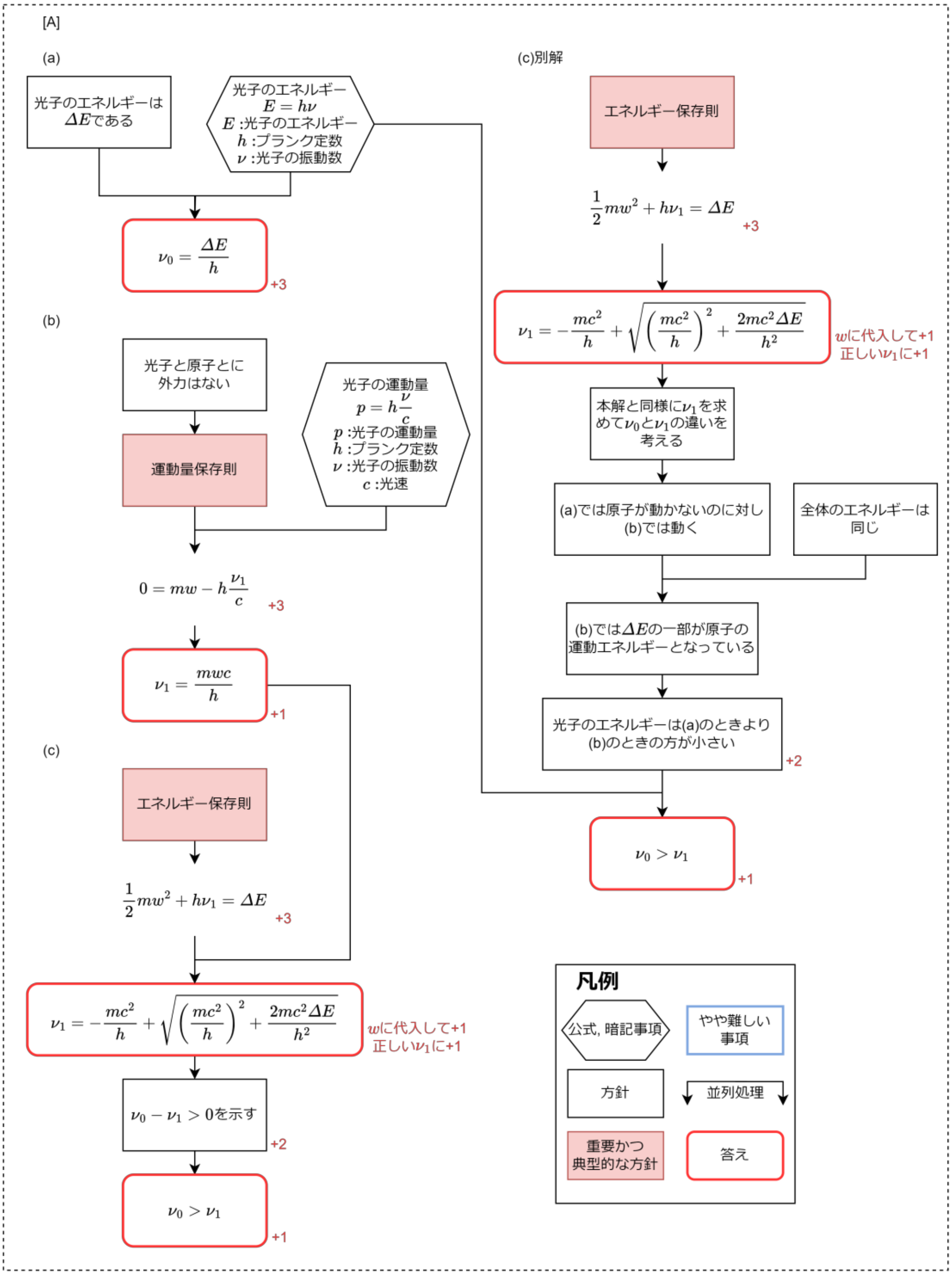
(i) 7 点

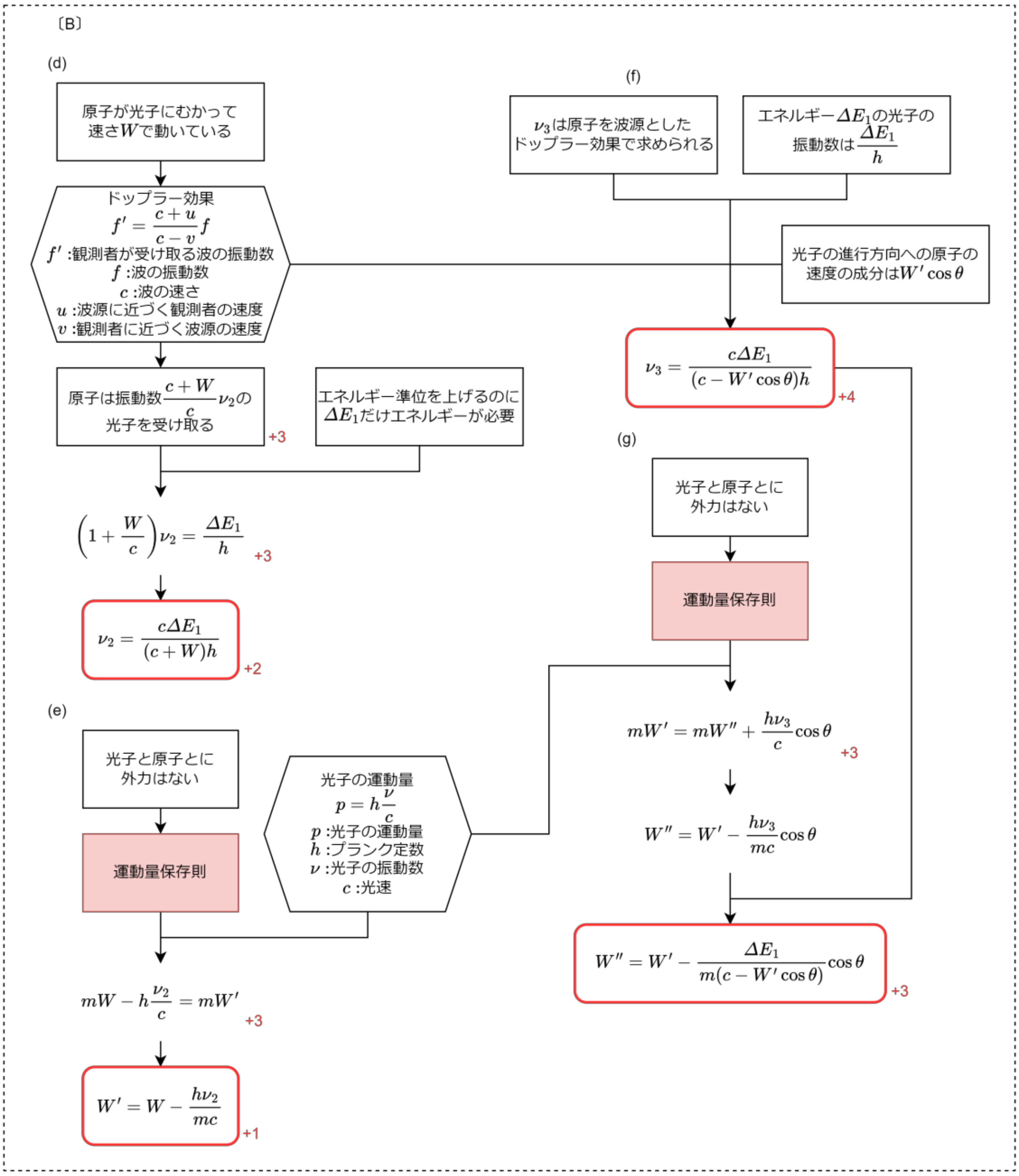
＊大小関係に 1 点

＊レーザーを照射したことにより原子の速さ（運動量でも可）が小さくなることへの言及に 2 点

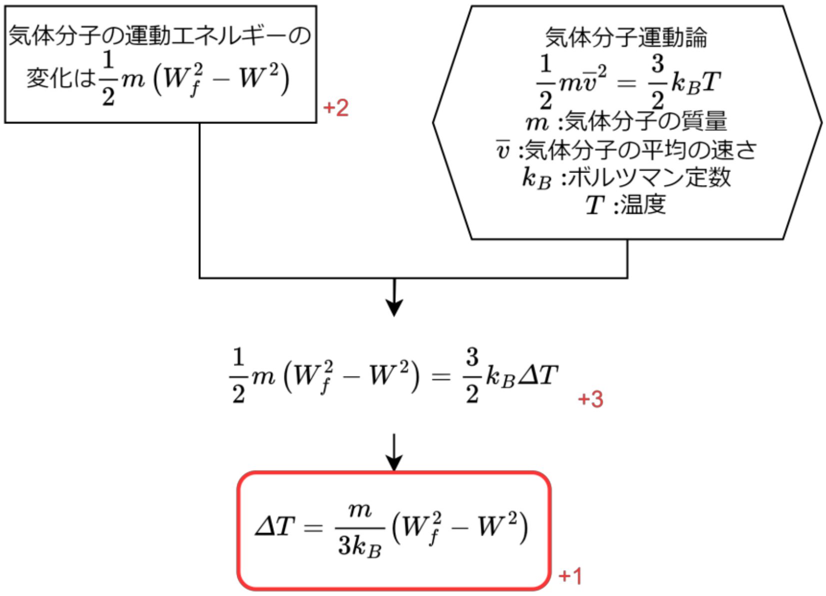
＊原子の速さ（運動量でも可）が小さくなり， ド・ブロイ波長が長くなることへの言及に 2 点

＊波長が長い方が明線の間隔が大きくなることへの言及に 2 点

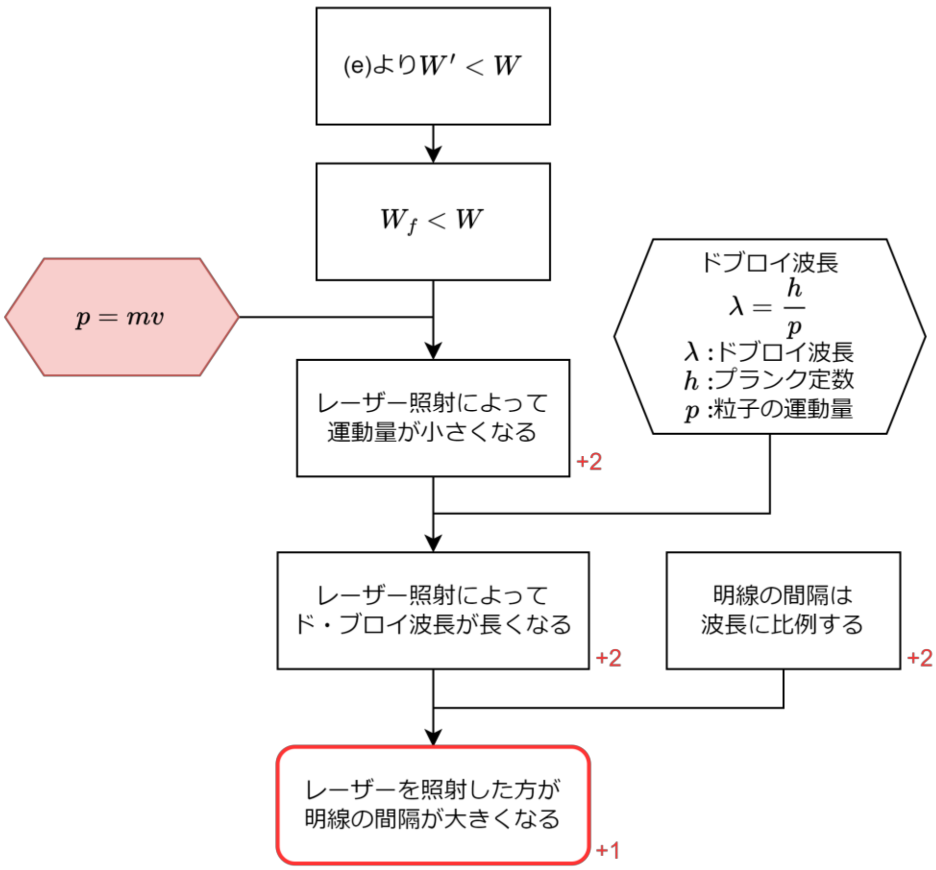

[A]
(a)
光子のエネルギーはΔEである
光子のエネルギー $E=h\nu$ E :光子のエネルギー h :プランク定数 ν :光子の振動数
$\nu_0 = \dfrac{\Delta E}{h}$
+3
(b)
光子と原子とに外力はない
運動量保存則
光子の運動量 $p=h\dfrac{\nu}{c}$ p :光子の運動量 h :プランク定数 ν :光子の振動数 c :光速
$0 = mw - h\dfrac{\nu_1}{c}$
+3
$\nu_1 = \dfrac{mwc}{h}$
+1
(c)
エネルギー保存則
$\dfrac{1}{2}mw^2 + h\nu_1 = \Delta E$
+3
$\nu_1 = -\dfrac{mc^2}{h} + \sqrt{\left(\dfrac{mc^2}{h}\right)^2 + \dfrac{2mc^2\Delta E}{h^2}}$
wに代入して+1
正しいν_1に+1
$\nu_0 - \nu_1 > 0$を示す
+2
$\nu_0 > \nu_1$
+1
(c)別解
エネルギー保存則
$\dfrac{1}{2}mw^2 + h\nu_1 = \Delta E$
+3
$\nu_1 = -\dfrac{mc^2}{h} + \sqrt{\left(\dfrac{mc^2}{h}\right)^2 + \dfrac{2mc^2\Delta E}{h^2}}$
wに代入して+1
正しいν_1に+1
本解と同様にν_1を求めてν_0とν_1の違いを考える
(a)では原子が動かないのに対し(b)では動く
全体のエネルギーは同じ
(b)ではΔEの一部が原子の運動エネルギーとなっている
光子のエネルギーは(a)のときより(b)のときの方が小さい
+2
$\nu_0 > \nu_1$
+1
凡例
公式, 暗記事項
やや難しい事項
方針
並列処理
重要かつ典型的な方針
答え


〔B〕
(d)
原子が光子にむかって速さWで動いている
ドップラー効果
$f' = \frac{c+u}{c-v}f$
f' :観測者が受け取る波の振動数
f :波の振動数
c :波の速さ
u :波源に近づく観測者の速度
v :観測者に近づく波源の速度
原子は振動数$\frac{c+W}{c}\nu_2$の光子を受け取る
+3
エネルギー準位を上げるのにΔE_1だけエネルギーが必要
$\left(1+\frac{W}{c}\right)\nu_2 = \frac{\Delta E_1}{h}$
+3
$\nu_2 = \frac{c\Delta E_1}{(c+W)h}$
+2
(e)
光子と原子とに外力はない
運動量保存則
光子の運動量
$p = h\frac{\nu}{c}$
p :光子の運動量
h :プランク定数
ν :光子の振動数
c :光速
$mW - h\frac{\nu_2}{c} = mW'$
+3
$W' = W - \frac{h\nu_2}{mc}$
+1
(f)
ν_3は原子を波源としたドップラー効果で求められる
エネルギーΔE_1の光子の振動数は$\frac{\Delta E_1}{h}$
光子の進行方向への原子の速度の成分は$W'\cos\theta$
$\nu_3 = \frac{c\Delta E_1}{(c-W'\cos\theta)h}$
+4
(g)
光子と原子とに外力はない
運動量保存則
$mW' = mW'' + \frac{h\nu_3}{c}\cos\theta$
+3
$W'' = W' - \frac{h\nu_3}{mc}\cos\theta$
$W'' = W' - \frac{\Delta E_1}{m(c-W'\cos\theta)}\cos\theta$
+3

(h)


気体分子の運動エネルギーの変化は$\frac{1}{2}m\left(W_f^2-W^2\right)$
+2
気体分子運動論
$\frac{1}{2}m\bar{v}^2=\frac{3}{2}k_BT$
m :気体分子の質量
$\bar{v}$:気体分子の平均の速さ
k_B :ボルツマン定数
T :温度
$\frac{1}{2}m\left(W_f^2-W^2\right)=\frac{3}{2}k_B\Delta T$
+3
$\Delta T=\frac{m}{3k_B}\left(W_f^2-W^2\right)$
+1

(i)


(e)より$W'<W$
$W_f<W$
$p=mv$
ドブロイ波長
$\lambda=\frac{h}{p}$
λ :ドブロイ波長
h :プランク定数
p :粒子の運動量
レーザー照射によって運動量が小さくなる
+2
レーザー照射によってド・ブロイ波長が長くなる
+2
明線の間隔は波長に比例する
+2
レーザーを照射した方が明線の間隔が大きくなる
+1