2022 年第 3 回全国有名国公私大模試

採点基準　数学（文系・理系）

【共通事項】

１．約分の未了，根号内の整理不備は１点減点

２．分母の有理化の不備については減点なし

３．別解の配点は解答の配点に準ずる

【文系】（100 点満点）

第 1 問（24 点満点）

（1）～（3）（配点各 8 点）（ア・イ，ウ・エ　完答各 4 点，オ～キ　各 4 点，ク・ケ・コ　完答 4 点）

第 2 問（16 点満点）

（1），（2）（配点各 8 点）（ア・イ・ウ　完答 2 点，エ・オ　各 3 点，カ・キ　各 4 点）

第 3 問（16 点満点）

（1），（2）（配点各 8 点）（ア～エ　各 4 点）

第 4 問（30 点満点）

（1）（配点 9 点）（ア・イ・ウ　各 2 点，エ　3 点）

（2）（配点 9 点）

- $\overrightarrow{p}=(x,\,y,\,z)$ のようにおいたとき，$x^2+y^2+z^2=1$ を述べて 1 点
- 上記の設定の下，$\overrightarrow{p}\perp\overrightarrow{\mathrm{AB}}$，$\overrightarrow{p}\perp\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ となる $x,\,y,\,z$ の式を立てて 4 点(各 2 点)
- 2 つの $\overrightarrow{p}$ を求めて 4 点(各 2 点)

（3）（配点 12 点）

- $\overrightarrow{\mathrm{OG}}$ を求めて 2 点
- $\left|\overrightarrow{\mathrm{GD}}\right|$ を求めて 2 点
- 2 つの $\overrightarrow{\mathrm{GD}}$ を求めて 4 点(各 2 点)
- 2 つの D の座標を求めて 4 点(各 2 点)

第 5 問（30 点満点）

（1）（配点 6 点）

- $P(1)$ を求めて 2 点
- $P(x)$ を $(x-1)(x+3)$ で割った商を設定し，等式で表記して 2 点
- a の値に 2 点

（2）（配点 12 点）

- $P(-1),\,P(-3)$ を求めて 4 点(各 2 点)

- $P(x)$ を $(x+1)(x+3)$ で割った商と余りを設定し，等式で表記して 2 点
- 残りの計算と答えに 6 点

（3）（配点 12 点）

- $(x^2-1)P(x)$ を(2)で求めた等式で表して 3 点
- $(x^2-1)P(x)$ を $(x+1)^2(x+3)$ で割った余りが $(x^2-1)(2x+11)$ を $(x+1)^2(x+3)$ で割った余りに等しいことを述べて 3 点
- 残りの計算と答えに 6 点

第 6 問（30 点満点）

（1）（配点 12 点）（ア・イ　各 2 点，ウ　3 点，エ　5 点）

（2）（配点 6 点）

- 答えに 6 点(2 つの a の値の範囲に各 3 点)

（3）（配点 12 点）

- ②が $0<x<6$ に異なる 2 つの解をもつための 3 つの条件を述べて 6 点(各 2 点)
- ②の左辺を $f(x)$ とおいたとき $f(0)>0$, $f(6)>0$ となる a の範囲をそれぞれ求めて 4 点(各 2 点)
- 答えに 2 点

第 7 問（30 点満点）

（1）（配点 5 点）

- 答えに 5 点

（2）（配点 5 点）

- 答えに 5 点

（3）（配点 12 点）

- 等式から $z=9$ を求めて 6 点
- $xy+4x-3y=32$ を $(x-3)(y+4)=20$ と変形し，この等式を満たす $x-3$, $y+2$ の組を求めて 3 点
- 答えに 3 点

（4）（配点 8 点）

- y が最大のときの xyz を素因数分解して 2 点
- xyz の正の約数の個数，およびその総和に 6 点(各 3 点)

【理系】（ⅡB型，Ⅲ型 200点満点 ／ⅠA型 150点満点）

第1問（30点満点）

（1）～（3）（配点各10点）（ア・イ，ウ・エ　完答各5点，オ～キ　各5点，ク・ケ・コ　完答5点）

第2問（20点満点）

（1），（2）（配点各10点）（ア・イ　完答5点，ウ　5点，エ　3点，オ　2点，カ　3点，キ　2点）

第3問（20点満点）

（1），（2）（配点各10点）（ア・イ・ウ　完答2点，エ・オ　各4点，カ・キ　各5点）

第4問（20点満点）

（1），（2）（配点各10点）（ア～エ　各5点）

第5問（50点満点）

（1）（配点8点）

- α, β をそれぞれ極形式で表して8点(各4点)

（2）（配点8点）

- $|\alpha|=|\beta|=2$ を述べて3点
- $\angle\mathrm{AOB}=\dfrac{\pi}{2}$ を述べて3点
- 四角形OACBの形状(1辺の長さについても)を述べて2点

（3）（配点9点）

- γ の絶対値，偏角をそれぞれ求めて6点(各3点)
- 答えに3点

（4）（配点25点）

- $\alpha\beta$ を極形式で表して5点
- $(\alpha\beta)^n$, $(\sqrt{2}\gamma)^n$ を極形式で表して5点
- $(\alpha\beta)^n+(\sqrt{2}\gamma)^n$ が実数となる条件として $\sin\dfrac{n}{6}\pi+\sin\dfrac{n}{12}\pi=0$ を求めて5点
- 上記から $\cos\dfrac{n}{12}\pi=-\dfrac{1}{2}$ または $\sin\dfrac{n}{12}\pi=0$ を導いて5点
- 答えに5点

第6問（50点満点）

（1）（配点14点）

- $f'(x)$, $f''(x)$ をそれぞれ求めて10点(各5点)
- 残りの証明に4点

（2）（配点8点）

- 答えに 8 点

（3）（配点 14 点）

- 部分積分を行った式に 7 点
- 答えに 7 点

（4）（配点 14 点）

- D の面積を求める定積分を含む式を立てて 7 点
- 残りの計算と答えに 7 点

第 7 問（50 点満点）

（1）（配点 15 点）（ア・イ・ウ　各 3 点，エ　6 点）

（2）（配点 15 点）

- $\overrightarrow{p}=(x,\,y,\,z)$ のようにおいたとき，$x^2+y^2+z^2=1$ を述べて 3 点
- 上記の設定の下，$\overrightarrow{p}\perp\overrightarrow{\mathrm{AB}}$，$\overrightarrow{p}\perp\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ となる $x,\,y,\,z$ の式を立てて 6 点(各 3 点)
- 2 つの $\overrightarrow{p}$ を求めて 6 点(各 3 点)

（3）（配点 20 点）

- $\overrightarrow{\mathrm{OG}}$ を求めて 4 点
- $\left|\overrightarrow{\mathrm{GD}}\right|$ を求めて 4 点
- 2 つの $\overrightarrow{\mathrm{GD}}$ を求めて 6 点(各 3 点)
- 2 つの D の座標を求めて 6 点(各 3 点)

第 8 問（50 点満点）

（1）（配点 10 点）

- $P(1)$ を求めて 4 点
- $P(x)$ を $(x-1)(x+3)$ で割った商を設定し，等式で表記して 3 点
- a の値に 3 点

（2）（配点 20 点）

- $P(-1),\,P(-3)$ を求めて 8 点(各 4 点)
- $P(x)$ を $(x+1)(x+3)$ で割った商と余りを設定し，等式で表記して 4 点
- 残りの計算と答えに 8 点

（3）（配点 20 点）

- $(x^2-1)P(x)$ を(2)で求めた等式で表して 5 点
- $(x^2-1)P(x)$ を $(x+1)^2(x+3)$ で割った余りが $(x^2-1)(2x+11)$ を $(x+1)^2(x+3)$ で割った余りに等しいことを述べて 5 点
- 残りの計算と答えに 10 点

第 9 問（50 点満点）

（1）（配点 10 点）

(i)（配点 3 点）

- 答えに 3 点

(ii)（配点 7 点）

- 答えに 7 点

（2）（配点 30 点）

(i)（配点 5 点）

- 答えに 5 点

(ii)（配点 10 点）

- 2 つの箱が空となるような玉の分け方に 2 点
- 1 つの箱だけが空となるような玉の分け方に 4 点
- 答えに 4 点

(iii)（配点 5 点）

- 答えに 5 点

(iv)（配点 10 点）

- 3 つの箱に分ける玉の個数の組み合わせに対して，それぞれ場合の数を求めて 5 点
- 答えに 5 点

（3）（配点 10 点）

- 7 人が A, B, C 3 部屋に分かれる場合で，グループの人数が異なる場合の数を求めて 5 点
- 答えに 5 点

第 10 問（50 点満点）

（1）（配点 20 点）（ア・イ　各 3 点，ウ　6 点，エ　8 点）

（2）（配点 10 点）

- 答えに 10 点(2 つの a の値の範囲に各 5 点)

（3）（配点 20 点）

- ②が $0 < x < 6$ に異なる 2 つの解をもつための 3 つの条件を述べて 9 点(各 3 点)
- ②の左辺を $f(x)$ とおいたとき $f(0) > 0$, $f(6) > 0$ となる a の範囲をそれぞれ求めて 6 点(各 3 点)
- 答えに 5 点

第 11 問（50 点満点）

（1）（配点 7 点）

- 答えに 7 点

（2）（配点 8 点）

- 答えに 8 点

（3）（配点 20 点）

- 等式から $z = 9$ を求めて 10 点
- $xy + 4x - 3y = 32$ を $(x-3)(y+4) = 20$ と変形し，この等式を満たす $x-3$, $y+2$ の組を求めて 5 点
- 答えに 5 点

（4）（配点 15 点）

- y が最大のときの xyz を素因数分解して 5 点
- xyz の正の約数の個数，およびその総和に 10 点(各 5 点)