2023 年度 第 5 回 全国有名国公私大模試

採点基準　数学（理系）

【共通事項】

１．約分の未了、根号内の整理不備は１点減点

２．分母の有理化の不備については減点なし

３．別解の配点は解答の配点に準ずる

【理系】（ⅡB 型、Ⅲ型 200 点満点 ／ⅠA 型 150 点満点）

第 1 問（30 点満点）

（1）（配点 10 点）

- ア～ウの答えに 8 点（ア　2 点、イ、ウ　各 4 点）

（2）（配点 10 点）

- エ、オの答えに 10 点（各 5 点）

（3）（配点 10 点）

- カ～クの答えに 5 点（カ　5 点、キ、ク　完答 5 点）

第 2 問（20 点満点）

（1）（配点 10 点）

- ア～エの答えに 10 点(ア～ウ　完答 5 点、エ　5 点)

（2）（配点 10 点）

- オ～ケの答えに 10 点（オ～キ　完答 4 点、ク、ケ　各 3 点）

第 3 問（20 点満点）

（1）（配点 10 点）

- ア～エの答えに 10 点（ア～ウ　完答 5 点、エ　5 点）

（2）（配点 10 点）

- オ～キの答えに 10 点（オ、カ　完答 5 点、キ　5 点）

第 4 問（20 点満点）

（1）（配点 10 点）

- ア、イの答えに 10 点（各 5 点）

（2）（配点 10 点）

- ウ、エの答えに 10 点（各 5 点）

第 5 問（50 点満点）

（1）（配点 10 点）

- $f(x)$ を微分して 3 点
- $\dfrac{1}{\cos^2 x}=\dfrac{2}{1+\cos 2x}$ と変形して 3 点
- 残りの証明に 4 点

（2）（配点 20 点）

- $f'(x)$ を因数分解して 3 点
- 増減表に 4 点
- 極小値を求めて 4 点
- $\displaystyle\lim_{x\to\frac{\pi}{2}-0} f(x)=\infty$ を示して 3 点
- 実数解の個数を求めて 6 点

（3）（配点 20 点）

- 方針を示して 4 点
- $g(t)$ の t を置き換えて t の範囲を設定して 4 点
- $a=0$ のとき $-1<t\leqq 1$ で $g(t)>0$ が成り立つことを示して 2 点
- $a>0$ のとき $-1<t\leqq 1$ で $g(t)\geqq 0$ が成り立つ条件を示して 2 点
- $a<0$ のとき $-1<t\leqq 1$ で $g(t)\geqq 0$ が成り立つ条件を示して 2 点
- a の範囲を求めて 6 点

第 6 問（50 点満点）

（1）（配点 5 点）

- b を a を用いて表して 5 点

（2）（配点 21 点）

- l と x 軸の交点の x 座標を求めて 3 点
- D の面積を求める式に 5 点
- 面積を a を用いて表して 7 点
- a 、b の値を求めて 6 点（各 3 点）

（3）（配点 24 点）

- D を x 軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積を求める式に 5 点
- 体積を求めて 7 点
- D を y 軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積を求める式に 5 点
- 体積を求めて 7 点

第 7 問（50 点満点）

（1）（配点 10 点）

- ア、イの答えに 10 点（各 5 点）

（2）（配点 10 点）

- 確率 $P(A \cap B)$ を求めて 5 点
- 確率 $P(A \cup B)$ を求めて 5 点

（3）（配点 30 点）

- A も B も起こらない確率を求めて 5 点
- x_k を k の式で表して 5 点
- $\dfrac{x_{k+1}}{x_k}$ を k の式で表して 5 点
- $\dfrac{x_{k+1}}{x_k} > 1$ と設定して 5 点
- k の範囲を求めて 5 点
- x_k を最大にする k を求めて 5 点

第 8 問（50 点満点）

（1）（配点 8 点）

- $\vec{a} \cdot \vec{b}$、$\vec{b} \cdot \vec{c}$、$\vec{c} \cdot \vec{a}$ の値を求めて 6 点（各 2 点）
- $\overrightarrow{\mathrm{OG}}$ を $\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{c}$ で表して 2 点

（2）（配点 8 点）

- $\overrightarrow{\mathrm{AM}}$ を x、y、$\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{c}$ で表して 4 点
- 内積 $\overrightarrow{\mathrm{AM}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OB}}$ を x、y で表して 4 点

（3）（配点 16 点）

- $\overrightarrow{\mathrm{OH}}$ を x、y で表して 4 点
- $\overrightarrow{\mathrm{AH}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OB}} = 0$ と（2）の結果を用いて x、y の関係式を求めて 4 点
- $\overrightarrow{\mathrm{AH}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OC}} = 0$ から x、y の関係式を求めて 4 点
- $\overrightarrow{\mathrm{OH}}$ を $\vec{b}$、$\vec{c}$ を用いて表して 4 点

（4）（配点 18 点）

- 平面 OBC に関して点 A に対称な点を設定して A、R、G の位置関係を表す式と、AR＋GR が最小となるような点 R の位置を説明して 4 点
- $\overrightarrow{\mathrm{OA'}}$ を $\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{c}$ で表して 4 点
- $\overrightarrow{\mathrm{OR_0}}$ を $\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{c}$ で表して 4 点
- t の方程式を求めて 2 点
- $\overrightarrow{\mathrm{OR_0}}$ $\vec{b}$、$\vec{c}$ で表して 4 点

第 9 問（50 点満点）

（1）（配点 10 点）

- $f(3)$、$f(\log_2 3)$ の値をそれぞれ求めて 10 点（各 5 点）

（2）（配点 5 点）

- $f(x)$ を t で表して 5 点

（3）（配点 25 点）

- （2）の式に相加・相乗平均を用いて 5 点
- 等号が成り立つときの t を求めて 5 点
- $f(x)$ の最小値を求めて 5 点
- 2^x の値を求めて 5 点
- $f(x)$ が最小値になるときの x の値を求めて 5 点

（4）（配点 10 点）

- $(1+\sqrt{3})^4$ の値を求めて 5 点
- $4x_0$ の整数部分を求めて 5 点

第 10 問（50 点満点）

（1）（配点 20 点）

- ア～エの答えに 20 点（各 5 点）

（2）（配点 15 点）

- $-t^2-6t+1$ を平方完成して 5 点
- $f(x)$ の最大値を求めて 5 点
- $f(x)$ が最大値になるときの x の値を求めて 5 点

（3）（配点 15 点）

- $y=f(x)$ のグラフと $y=k$ のグラフの共有点で考えようとして 5 点
- k の値の範囲を求めて 10 点（各 5 点）

第 11 問（50 点満点）

（1）（配点 8 点）

- 方べきの定理を用いて 3 点
- 線分 AE の長さを求めて 5 点

（2）（配点 16 点）

- $\triangle$ACD と直線 BE にメネラウスの定理を用いて 3 点
- $\dfrac{\mathrm{CF}}{\mathrm{FA}}$ の値を求めて 5 点
- $\triangle$BDE と直線 AC にメネラウスの定理を用いて 3 点
- $\dfrac{\mathrm{EF}}{\mathrm{FB}}$ の値を求めて 5 点

(3)（配点 8 点）

- 方べきの定理を用いて 3 点
- $x>0$、$y>0$ に注意して、線分 AC の長さを x を用いて表して 5 点

(4)（配点 18 点）

- CE の長さを求めて 3 点
- BE の長さを求めて 3 点
- R の値を求めて 3 点
- $\triangle$ACD の面積 S を求めて 3 点
- S を r を用いて表して 3 点
- r の値を求めて 3 点