2021 年度最終 1 月京大本番レベル模試　（2022 年 1 月 23 日実施）

採点基準　数学（文系）

【共通事項】

１．約分の未了，根号内の整理不備は１点減点

２．分母の有理化の不備については減点なし

３．別解の配点は解答の配点に準ずる

【文系】（150 点満点）

第 1 問　(30 点満点)

- 感染していると判定される 2 つの排反な場合を示して 4 点
- 上記から $P(B)$ を立式して 8 点
- 実際に感染していて感染していると正しく判定される確率 $P(A\cap B)$ を x で表して 4 点
- $\dfrac{P(B)}{P(A\cap B)}$ を求めて 4 点
- 計算と答えに 10 点

第 2 問　(30 点満点)

- $\angle \mathrm{OG_1A}=\angle \mathrm{OG_1B}=\angle \mathrm{OG_1C}=90^\circ$ を述べて 6 点
- $\mathrm{G_1A}=\mathrm{G_1B}=\mathrm{G_1C}$ を示して 6 点
- $\triangle \mathrm{ABC}$ が正三角形であることを示して 6 点
- $\triangle \mathrm{ABD}$ が正三角形であることを上記と「同様に」として述べて 3 点
- $\mathrm{AB}\perp$(平面CMD) であることを示して 6 点
- 上記までを述べたうえでの結論に 3 点

第 3 問　(30 点満点)

(1)　(配点 12 点)

- C 上の点を $(q,\, q^3+aq+b)$ のようにおき，この点における接線の方程式を示して 2 点
- 上記の接線が点 P を通るための q の条件を求めて 4 点
- 上記の接線が $q=0$ のとき直線 L と一致すること，$q=\dfrac{3}{2}p$ のとき直線 L と異なることを述べて 4 点(各 2 点)
- 上記のもとで結論を述べて 2 点

(2)　(配点 18 点)

- $f(x)=x^3+ax+b$ の増減を考えて図示して 4 点
- S_1+S_2 を(1)で定めた q で表して 5 点
- S_1 を(1)で定めた q で表して 5 点

- S_2 を(1)で定めた q で表して 2 点
- $\dfrac{S_1}{S_2}$ の値を求め，結論を述べて 2 点

第 4 問　(30 点満点)

- $n^4+2n^3+n^2+3$ を因数分解して 8 点
- 上記の因数分解した式が素数であるための必要条件を求めて 6 点
- $n^2-n+1=\pm1,\ n^2+3n+3=\pm1$ を満たす n に対して，それぞれ素数となる場合を調べて 16 点(各 4 点)

第 5 問　(30 点満点)

- $\triangle\mathrm{OAP}+\triangle\mathrm{OPB}=\triangle\mathrm{OAB}$ から $a,\ b,\ p,\ \theta$ の式を立てられて 6 点
- p を $a,\ b,\ \theta$ で表して 6 点
- q を $a,\ b,\ \theta$ で表して 6 点
- $\dfrac{1}{p}+\dfrac{1}{q}$ を $a,\ b,\ \theta$ で表し，$\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}\right)$ をくくり出した形に変形して 6 点
- 残りの計算と答えに 6 点

2021 年度最終 1 月京大本番レベル模試　（2022 年 1 月 23 日実施）

採点基準　数学（理系）

【共通事項】

１．約分の未了，根号内の整理不備は１点減点

２．分母の有理化の不備については減点なし

３．別解の配点は原則として解答の配点に準ずる

【理系】（200 点満点）

第 1 問　(30 点満点)

(1)　(配点 15 点)

- $f(x)$ が極値をもつことが $p<0$ であることと同値であることを示して 2 点
- $|\alpha|>|\beta|$ であることが $p<0$ であることと同値であることを示し，$f(x)$ が極値をもつことは $|\alpha|>|\beta|$ であるための必要十分条件であることを述べて 6 点
- $f(x)$ の増減を調べ，d を p で表して 5 点
- 答えに 2 点

(2)　(配点 15 点)

- 感染していると判定される 2 つの排反な場合を示して 2 点
- 上記から $P(B)$ を立式して 4 点
- 実際に感染していて感染していると正しく判定される確率 $P(A\cap B)$ を x で表して 2 点
- $\dfrac{P(B)}{P(A\cap B)}$ を求めて 2 点
- 計算と答えに 5 点

第 2 問　(30 点満点)

- $\angle \mathrm{OG_1A}=\angle \mathrm{OG_1B}=\angle \mathrm{OG_1C}=90^\circ$ を述べて 6 点
- $\mathrm{G_1A}=\mathrm{G_1B}=\mathrm{G_1C}$ を示して 6 点
- $\triangle \mathrm{ABC}$ が正三角形であることを示して 6 点
- $\triangle \mathrm{ABD}$ が正三角形であることを上記と「同様に」として述べて 3 点
- $\mathrm{AB}\perp$(平面CMD) であることを示して 6 点
- 上記までを述べたうえでの結論に 3 点

第 3 問　(35 点満点)

(1)　(配点 15 点)

- C 上の点を $(q,\, q^3+aq+b)$ のようにおき，この点における接線の方程式を示して 3 点
- 上記の接線が点 P を通るための q の条件を求めて 6 点

- 上記の接線が $q=0$ のとき直線 L と一致すること，$q=\dfrac{n}{n-1}p$ のとき直線 L と異なることを述べて 4 点(各 2 点)
- 上記のもとで結論を述べて 2 点

(2) (配点 20 点)

- AB と C， BP, AP と C の上下の根拠(凸性)を述べ，さらに図示して 4 点
- S_1+S_2 を(1)で定めた q で表して 5 点
- S_1 を(1)で定めた q で表して 7 点
- S_2 を(1)で定めた q で表して 2 点
- $\dfrac{S_1}{S_2}$ の値を求め結論を述べて 2 点

第 4 問 (35 点満点)

(1) (配点 18 点)

- 数学的帰納法において， u_0, u_1 のとき題意が成り立つことを(値を求めて)示して 2 点
- u_{n+2} を u_n , u_{n+1} で表して 9 点
- u_{n-1} を u_n , u_{n+1} で表して 3 点
- u_n , u_{n+1} が整数であるという仮定のもと，u_{n+2} , u_{n-1} が整数であることを述べ，証明を完結させて 4 点(u_{n+2} のみの場合ここは 2 点)

(2) (配点 17 点)

- $(\alpha-\beta)^2$ の値を求めて 2 点
- x^2 , xy , y^2 を α, β を用いてそれぞれ表して 12 点(各 4 点)
- 答えまでに 3 点

第 5 問 (35 点満点)

- 立体 A, B, C の対称性を述べ，立体 $A\cap B\cap C$ の $x\geqq 0$ かつ $y\geqq 0$ かつ $z\geqq 0$ の部分の立体を与える不等式を示して 2 点
- 上記の立体の平面 $z=t$ $(0\leqq t\leqq 1)$ による断面を不等式で表して 2 点
- 上記の領域を場合分けして図示して 4 点(各 2 点)
- 上記の領域の面積をそれぞれ求めて 4 点(各 2 点)
- W_1 を求めて 6 点
- $A\cup B\cup C$ の体積 $V(A\cup B\cup C)$ を A, B, C，およびその共通部分の体積で表して 3 点
- A, B, C の体積 $V(A)=V(B)=V(C)$ を求めて 2 点
- A, B, C の与え方から $V(A\cap B)=V(B\cap C)=V(C\cap A)$ を示して 2 点
- $V(A\cap B)$ を求めて 8 点
- W_2 を求めて 2 点

第 6 問　(35 点満点)

- A, B の大小を考えるのに $A^{\frac{1}{2022\cdot 2023}}$，$B^{\frac{1}{2022\cdot 2023}}$ を考えて 4 点

- $f(x)=\left(\dfrac{7^x+17^x}{2}\right)^{\frac{1}{x}}$ $(x>0)$ とおいたとき，A と B の大小が $f(2022)$ と $f(2023)$ の大小と一致することを示して 4 点

- $g(x)=\left(\dfrac{1+\left(\dfrac{17}{7}\right)^x}{2}\right)^{\frac{1}{x}}$ $(x>0)$ とおいたとき，A と B の大小が $g(2022)$ と $g(2023)$ の大小と一致することを示して 3 点

- 上記の式の両辺の自然対数をとり両辺を微分して 9 点

- 平均値の定理を用いて $\dfrac{1}{x}\log\dfrac{1+p^x}{2}=\dfrac{p^c\log p}{1+p^c}$ かつ $0<c<x$ となる c が存在することを述べて 7 点

- $x\dfrac{g'(x)}{g(x)}>0$ を示して 5 点

- 上記のもと $g(x)$ が単調増加であることを述べたうえで，結論を述べて 3 点