2023 年度第 3 回京大本番レベル模試

採点基準　数学（文系）

【共通事項】

1．約分の未了，根号内の整理不備は 1 点減点

2．分母の有理化の不備については減点なし

3．別解の配点は解答の配点に準ずる

【文系】（150 点満点）

第1問　(30 点満点)

問 1（配点 10 点）

- a を 2024 の正の約数としたとき，$\dfrac{2024}{a}$ も 2024 の正の約数であり，さらに a と $\dfrac{2024}{a}$ が相異なることを述べて 5 点
- 2024 の正の約数の個数を求めて 3 点
- 答えに 2 点

問 2（配点 20 点）

- 三角形の 3 辺の長さを a, b, c，面積を S としたとき，$S=\dfrac{1}{2}rL$ を述べて 3 点
- 上記の置き方のもと $S=\dfrac{abc}{4R}$ を求めて 4 点
- 上記の 2 つから $\dfrac{rR}{L^2}$ を a, b, c だけを用いて表して(解答解説の③)7 点
- $a>0, b>0, c>0$ から，相加・相乗平均の関係を用いて $\dfrac{abc}{(a+b+c)^3} \leqq \dfrac{1}{27}$ を示して 4 点
- 証明の結論を述べて 2 点

第2問　(30 点満点)

(1)　(配点 10 点)

- $y=x^3-3a^2x$ から y' を求め，因数分解して 3 点
- y の増減を調べて 4 点
- 答えに 3 点

(2)　(配点 20 点)

- $x^3-3a^2x=k$ に解と係数の関係を用いて，$p+q+r,\ pq+qr+rp,\ pqr$ を求めて 3 点
- m_1, m_2, m_3 を p, q, r, a の必要なものを用いて表して 3 点
- $\dfrac{p}{m_1}+\dfrac{q}{m_2}+\dfrac{r}{m_3}=\dfrac{1}{3}\left\{\dfrac{p}{(p+a)(p-a)}+\dfrac{q}{(q+a)(q-a)}+\dfrac{r}{(r+a)(r-a)}\right\}$ を求めて 2 点

- $\dfrac{p}{m_1}+\dfrac{q}{m_2}+\dfrac{r}{m_3}=0$ を示す残りの計算に 12 点

第 3 問　(30 点満点)

- $n-1$ 回目までに既に条件が満たされている場合の場合の数を求めて 6 点
- $n-1$ 回目までは条件が満たされずに n 回目に条件を満たす場合の説明と場合の数に 12 点
- 上記の 2 つから漸化式を立てられて 3 点
- 上記の漸化式から mod 6 で $a_1 \equiv a_2 \equiv 0,\ a_3 \equiv 1,\ a_n \equiv -a_{n-3}$ $(n \geqq 4)$ を述べて 3 点
- a_n を 6 で割った余りが 0, 0, 1, 0, 0, 5 の繰り返しであることを述べて 3 点
- 答えに 3 点

第 4 問　(30 点満点)

- 点 P の座標を $\left(p,\ -\dfrac{1}{8}p^2+2\right)$ のようにおき，この点における接線 l の方程式を求めて 2 点
- 上記のおき方のもと $\overrightarrow{\mathrm{OH}}$ を求めて 6 点
- $\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=\dfrac{1}{\mathrm{OH}^2}\overrightarrow{\mathrm{OH}}$ を示して 3 点
- 点 Q の x 座標，y 座標をそれぞれ上記の p を用いて表して 5 点
- 点 Q が動く円の方程式を求めて 4 点
- 点 Q の x 座標のとりうる値の範囲を求めて 6 点
- 点 Q の y 座標のとりうる値の範囲を求めて 2 点
- 点 Q の軌跡を求めて 2 点

第 5 問　(30 点満点)

- 条件を満たす四角形 ABCD が存在するとき，四角形 ABCD の外接円の直径 BE を考える方針を述べ，図が描けて 4 点
- AE, CE を d を用いて表して 4 点
- 四角形 ABCE の面積を d を用いて表して 4 点
- $\triangle\mathrm{ACD} \leqq \triangle\mathrm{ACE}$ を示して 4 点
- 条件を満たす四角形 ABCD が存在するならば $d \geqq \sqrt{17}$ であることを示して 4 点
- $d=\sqrt{17}$ となる四角形 ABCD の存在を示して 8 点
- 答えに 2 点