2023 年度最終　京大本番レベル模試

採点基準　数学（理系）

【共通事項】

1．約分の未了，根号内の整理不備は 1 点減点

2．分母の有理化の不備については減点なし

3．別解の配点は解答の配点に準ずる

【理系】(200 点満点)

第1問　(35 点満点)

問 1（配点 20 点）

- 文字の置換を正しく行えて 3 点
- 上記の置換のもと，積分区間の変化を調べ，さらに定積分を置換した文字で表して 11 点
- 残りの計算と答えに 6 点

問 2（配点 15 点）

- $x^9+x^3+x^2+x+1$ を $x^4+x^3+x^2+x+1$ で割る方針に 5 点
- 答えに 10 点

第 2 問　(35 点満点)

- 直前と異なる色の玉を取り出す事象が $k+1$ 回目(k は 1 以上 $n-2$ 以下の整数)と n 回目のみとなる 2 つの排反な事象を述べて 10 点(k の範囲に誤りがある場合は 8 点)
- 上記の確率を求める Σ を含んだ立式に 10 点
- 途中の計算と答えに 15 点

第 3 問　(30 点満点)

- x^n を $(x-3)^2$ で割った式を商を $f_n(x)$ のように設定したもとで表して 3 点
- $b_n=3^n-3a_n$ を求めて 4 点
- a_n , b_n をそれぞれ n の式で表して 8 点(各 4 点)
- n と $3(n-1)$ の最大公約数を d_n としたとき，$g_n=3^{n-1}d_n$ となることを述べて 4 点
- n と $n-1$ が互いに素であることを述べたうえで，d_n を求めて 8 点
- 答えに 3 点

第 4 問　(30 点満点)

- $\overrightarrow{\mathrm{AJ}}=\dfrac{\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{AC}}+\overrightarrow{\mathrm{AD}}}{3}$ とおいたとき，$\overrightarrow{\mathrm{AG}}=\dfrac{3}{4}\overrightarrow{\mathrm{AJ}}$ となることを示して 4 点
- J が $\triangle$BCD の重心(または $\triangle$BCD の内部の点)であることを述べ，さらに AJ : JG＝4 : 1 であることを述べて 3 点

- 四面体ABCDの体積をVとするとき，四面体GBCD, GACD, GABD, GABCの体積がいずれも$\dfrac{V}{4}$となることを述べて4点
- $\triangle$BCD, $\triangle$ACD, $\triangle$ABD, $\triangle$ABCの面積をそれぞれS_1, S_2, S_3, S_4としたとき，$\dfrac{1}{4}\left(\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}+\dfrac{1}{x_3}+\dfrac{1}{x_4}\right)$を$S_1$, S_2, S_3, S_4とVで表して8点
- $\dfrac{1}{r}$を上記のS_1, S_2, S_3, S_4とVで表して8点
- 証明の結論を述べて3点

第5問 (35点満点)

- 点A, B, C, Dの座標の設定のもと，点M, Nの座標を設定して6点
- 四面体ABCDと平面の断面(解答解説のおき方では平面$x=t$)を考えて3点
- 線分AC上(あるいは線分AD, BC, BDのいずれか)の点をパラメータで表して4点
- 四面体ABCDと平面$x=t$の交点をE, F, G, Hとしたとき，この4点の座標をtで表して7点
- $0<t<2$のとき，四角形EFGHが長方形であることを述べて4点
- 四面体ABCDを直線MNの周りに1回転させてできる立体の平面$x=t$による断面の面積を求めて5点($t=0, 2$の場合に言及がない場合は3点)
- 答えに6点

第6問 (35点満点)

(1) (配点20点)

- $g(\theta)$を求めて5点
- $g(\theta)$が$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$において単調増加であることを示して5点
- $g(\theta)$が$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$において$g(\theta)>0$であることを示して2点
- $\theta>\dfrac{3\sin\theta}{2+\cos\theta}$において，$\theta=\dfrac{\pi}{6}$として$\dfrac{\pi}{6}>\dfrac{56}{107}$を示して3点
- 証明の結論に5点

(2) (配点15点)

- $0<g(\theta)<g\left(\dfrac{1}{2}\right)$を示したうえで$g\left(\dfrac{1}{2}\right)$を求めて5点
- $\dfrac{3\sin\dfrac{1}{2}}{2+\cos\dfrac{1}{2}}>\dfrac{552}{1105}$を示して5点
- 残りの証明に5点