2021 年第 2 回北大本番レベル模試

採点基準　数学（文系・理系）

【共通事項】

１．約分の未了，根号内の整理不備は１点減点

２．分母の有理化の不備については減点なし

３．別解の配点は解答の配点に準ずる

【文系】（150 点満点）

第 1 問（40 点満点）

（1）（配点 8 点）

- $|\overrightarrow{\mathrm{BC}}|=\sqrt{10}$ より，$\overrightarrow{b}$，$\overrightarrow{c}$ で表して 4 点
- 答えに 4 点

（2）（配点 8 点）

- 与式の始点を A に統一して 4 点
- 答えに 4 点

（3）（配点 24 点）

- $\mathrm{MP}\perp\mathrm{BC}$ より，垂直となる条件を内積を用いて示して 4 点
- $\overrightarrow{\mathrm{MP}}$ を求めて 4 点
- $\mathrm{MP}\cdot\mathrm{BC}=0$ に代入して 4 点
- t の値を求めて 6 点
- AP:PD を求めて 6 点

第 2 問（40 点満点）

（1）（配点 12 点）

- t^2 の値を求めて 3 点
- $\sin 2\theta$ を t で表して 3 点
- $\sin^3\theta+\cos^3\theta$ を変形して 3 点
- $\sin^3\theta+\cos^3\theta$ を t で表して 3 点

（2）（配点 28 点）

- t を合成し，t のとり得る値の範囲を示して 6 点
- $f(\theta)$ を t で表して 2 点
- その式を微分し，増減表を示して 6 点
- t の値を求めて 3 点。
- t の値を正しく場合分けして 3 点
- 途中の計算と答えに 8 点

第 3 問（30 点満点）

（1）（配点 10 点）

- X の正の約数の個数が 2 個となる場合の考察に 5 点
- 答えに 5 点

（2）（配点 20 点）

- X の正の約数の個数が 4 個となる場合の考察に 8 点
- 場合分けをし，それぞれの場合の数を求めて 8 点
- 答えに 4 点

第 4 問（40 点満点）

（1）（配点 10 点）

- 文字を用いて $\int_{-1}^{1} f(t)dt = a$ と置いて 2 点
- a の値を求めて 6 点
- 答えに 2 点

（2）（配点 10 点）

- C の方程式を k について整理して 3 点
- 整理した式が k についての恒等式になるための条件を考察して 3 点
- 答えに 4 点

（3）（配点 20）

- 頂点 P の座標を求めて 5 点
- 中点 M の x 座標 X，y 座標 Y をそれぞれ求めて 4 点（各 2 点）
- k を消去し，X と Y の方程式を示して 6 点
- 答えに 5 点

【理系】（150 点満点）

第 1 問（30 点満点）

（1）（配点 6 点）

- 途中の計算と答えに 6 点

（2）（配点 12 点）

- MP ⊥ BC より，垂直となる条件を内積を用いて示して 3 点
- $\overline{\mathrm{MP}}$ を求めて 3 点
- MP・BC＝0 に代入して 3 点
- 答えに 3 点

（3）（配点 12 点）

- 角の二等分線の性質を利用し，$t:s$ を求めて 3 点
- s，t の値を求めて 3 点
- $|\overline{\mathrm{AP}}|^2$ の値を求めて 3 点
- 答えに 3 点

第 2 問（30 点満点）

（1）（配点 6 点）

- $S(p^n q)$ を p，q を用いて表して 2 点
- $S(p^n)$，$S(q)$ を p，q を用いて表して 2 点
- 正しく証明して 2 点

（2）（配点 6 点）

- (1)より，$S(2^n(2^{n+1}-1))=S(2^n)S(2^{n+1}-1)$ であることを示して 2 点
- $S(2^n), S(2^{n+1}-1)$ をそれぞれを求めて 2 点
- 正しく証明して 2 点

（3）（配点 6 点）

- 背理法を用いて証明の方針を立てて 2 点
- 正しく証明して 4 点

（4）（配点 12 点）

- 正の約数の個数が 14 個である完全数を求めて 2 点
- $N=p^6q$ が完全数であるときの条件を考察して 4 点
- $1+q$ が $2p^6$ の倍数であることを示して 2 点
- l，q の値を求めて 2 点
- 正しく証明できて 2 点

第 3 問（30 点満点）

（1）（配点 10 点）

- 与式を変形して 2 点
- α の値を求めて 3 点

- 与式が虚数解をもつような条件を判別式を用いて考察して 2 点
- t のとり得る値の範囲を求めて 3 点

（2）（配点 20 点）

- β, γ を求めて 2 点
- 正しく証明して 3 点
- 三角形 ABC の面積 $S(t)$ を立式して 3 点
- $S(t)$ を微分し，増減表を示して 9 点
- 答えに 3 点

第 4 問（30 点満点）

（1）（配点 6 点）

- $n+1$ 回の試行後に P が点 A にある場合を考察して 2 点
- 答えに 4 点（各 2 点）

（2）（配点 6 点）

- 全事象の確率を考慮し，$a_{n+1}+c_{n+1}$ の値を求めて 4 点
- 正しく証明して 2 点

（3）（配点 8 点）

- (1)より，A_{n+1} を求めて 4 点
- 同様に考察して，B_{n+1} を求めて 2 点
- A_{n+1} を B_n を用いて表して 2 点

（4）（配点 10 点）

- $a_n=\dfrac{1}{4}$ となるような n の条件を考察して 2 点
- A_n, B_n の一般項についての考察と答えに 6 点

第 5 問（30 点満点）

（1）（配点 7 点）

- $g(x)=x-\log 2x$ とおき，微分して 2 点
- $g(x)$ の増減を求めて 2 点
- 正しく証明して 3 点

（2）（配点 8 点）

- $f(x)$ を微分して 2 点
- $f(x)$ が単調増加関数であることを示して 2 点
- 正しく証明して 4 点

（3）（配点 15 点）

- 題意を図示できて 2 点
- $T-S$ を立式して 4 点

- $\int_0^a \log(x^2 + a^2)dx$ を部分積分を用いて計算して 4 点
- $\int_0^a \dfrac{dx}{x^2 + a^2}dx$ を置換積分を用いて計算して 2 点
- 答えに 3 点