2024 年第 1 回北大本番レベル模試

採点基準　数学（理系）

【共通事項】

１．約分の未了，根号内の整理不備は１点減点

２．分母の有理化の不備については減点なし

３．別解の配点は解答の配点に準ずる

【理系】（150 点満点）

第 1 問（30 点満点）

(1)（配点 10 点）

- 2 つの円の中心と半径に 2 点
- 2 つの円の中心間の距離に 2 点
- 2 つの円が異なる 2 点で交わる条件を式で表して 3 点（等号ミスはマイナス 1 点）
- 答えに 3 点（等号ミスはマイナス 1 点）

(2)（配点 10 点）

- 2 つの円の交点を通る図形の方程式を求めて 2 点
- 2 つの円の交点を通る直線の方程式を表して 2 点
- 直線 PQ の方程式を a のみで表して 3 点
- 答えに 3 点

(3)（配点 10 点）

- △OPQ の外接円に正弦定理を正しく用いて 3 点
- 線分 AM の長さを求めて 2 点
- 線分 PQ の長さを求めて 2 点
- 答えに 3 点

第 2 問（30 点満点）

(1)（配点 8 点）

- $\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ を実数 t と $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ で表して 2 点
- $\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ を用いずに表して 2 点
- 実数 t を求めて 2 点
- 答えに 2 点

(2)（配点 7 点）

- $\overrightarrow{\mathrm{AD}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OC}}=0$ であることを示して 3 点
- 答えに 4 点

(3)（配点 15 点）

- 点 P が 2 点 O, A を直径の両端とする円周上にあることを示して 3 点
- 点 P_0 の位置を把握して 3 点
- MN の長さを求めて 2 点
- NP_0 の長さを求めて 2 点
- AD の長さを求めて 2 点
- 答えに 3 点

第 3 問（30 点満点）

(1)（配点 9 点）

- さいころを 1 回投げて試行を終了する確率を求めて 3 点
- さいころを 2 回投げたときに条件を満たす組をすべて求めて 3 点
- 答えに 3 点

(2)（配点 6 点）

- 条件を満たす組をすべて求めて 3 点
- 答えに 3 点

(3)（配点 15 点）

さいころを 2 回投げた後に P が頂点 E にある事象を X、さいころを 3 回投げて試行を終了するという事象を Y とする.

- $P(X \cap Y)$ を求めて 3 点
- さいころを 3 回投げた後に P が頂点 A にあるときを示して 3 点
- $P(X)$ を求めて 3 点
- $P_X(Y)$ を立式して 2 点
- 答えに 4 点

第 4 問（30 点満点）

(1)（配点 6 点）

- 最小の n を求めて 3 点
- 2 番目に小さい n を求めて 3 点

(2)（配点 9 点）

- 数学的帰納法より $m=4$ のときを示して 2 点
- 数学的帰納法より $m=l(m \geqq 4)$ での成立を仮定して 2 点
- 最後まで証明できて 5 点

(3)（配点 15 点）

- a_n, a_{n+1} が同じ群に含まれるとき $a_n > a_{n+1}$ が成り立つことはないことを示して 3 点
- $m<4$ のとき $a_n > a_{n+1}$ が成り立たないことが説明できて 2 点
- 7 番目に小さいものは第 10 群の最後の項であることを示して 2 点
- N を求めて 2 点

- S_m を式で表して 3 点
- 答えに 3 点

第 5 問（30 点満点）

(1)（配点 15 点）

- 与式を微分して 3 点
- 接線 l の方程式を立式できて 3 点
- 接線 l の方程式に $y=0$ を代入して 3 点
- t の値の範囲を求めて 3 点
- $f(t)$ を求めて 3 点

(2)（配点 15 点）

- $f(t)$ を微分して 2 点
- 増減表に 3 点
- $f(\pi-\theta) \geqq f(\theta)$ を示せば十分であることに気が付いて 2 点
- $f(\pi-\theta)-f(\theta)$ を θ のみで表して 3 点
- 証明して 5 点