2024 年度第 2 回東北大本番レベル模試

採点基準　数学（文系）

【共通事項】

１．約分の未了，根号内の整理不備は１点減点

２．分母の有理化の不備については減点なし

３．別解の配点は解答の配点に準ずる

【文系】(200 点満点)

第 1 問 (50 点満点)

(1) (配点 20 点)

- l_1 を a についてまとめて 2 点
- a によらず成り立つ条件をいえて 3 点
- a によらない l_1 が通る点を答えて 5 点
- l_1 と同様に l_2 についても a によらず成り立つ条件をいえて 5 点
- a によらない l_2 が通る点を答えて 5 点

(2) (配点 10 点)

- y を a の式で表せて 5 点
- 上記の y に対して x が決まることから x, y の存在をいえて 3 点
- 結論を述べて 2 点

(3) (配点 20 点)

- $y=0$ のとき，l_1 と l_2 の交点が求められて 3 点
- $y\neq 0$ のとき，a を x と y を用いて表せて 2 点
- a を消去して x と y の関係式を表せて 3 点
- 上記の関係式を整理して,$(0, 0), (2, 0)$ を除くことを述べて 2 点
- 点 P の軌跡を正しく述べて 5 点
- 正しく図示できて 5 点

第 2 問 (50 点満点)

(1) (配点 10 点)

- 法線の方程式を求めて$\left(y=\dfrac{1}{t}x+\dfrac{3-t^2}{2}\right.$ または解答解説の ① の式に$\left.\right)$5 点
- $t=0$ のときの法線について説明して 3 点
- 答えに 2 点

(2) (配点 20 点)

- (1)で求めた法線lが$(a, 0)$ を通るときのaとtの関係式を求めて 2 点
- 点 A を通るCの法線がちょうど 2 本となる条件を,「tu平面上で曲線$u=t^3-3t$と直線$u=2a$が 2 つの共有点をもつ」と言い換えられて 3 点
- 増減を調べ，上記の曲線と直線が 2 つの共有点をもつaの条件を求められて 5 点
- $a=1$のみであることを求めて 5 点
- P, Q の座標を求めて 5 点

(3) (配点 20 点)

- 正しく図示できて 5 点
- 直線 PQ の方程式を求めて 5 点
- 線分 PQ とCで囲まれる部分の面積の立式と答えに 5 点
- △APQ の面積に 2 点
- 答えに 3 点

第 3 問 (50 点満点)

(1) (配点 15 点)

- $c_{n+1}+d_{n+1}\sqrt{3}$ をc_nとd_nを用いて表せて 5 点
- $c_n, d_n, c_{n+1}, d_{n+1}$ が全て整数であることと，$\sqrt{3}$が無理数であることを述べて 5 点
- c_{n+1}, d_{n+1} をc_nとd_nを用いてそれぞれ表せて 5 点

(2) (配点 10 点)

- $a_{2m}+b_{2m}\sqrt{3}$ をc_mとd_mを用いて表せて 5 点
- a_{2m}, b_{2m} をc_mとd_mを用いてそれぞれ表せて 5 点

(3) (配点 16 点)

- 数学的帰納法で示すことを述べて 5 点
- $n=0$のときを示すことができて 3 点
- (1)と数学的帰納法の仮定を用いて$n+1$のときにも成り立つことが言えて 3 点
- 証明の結論を述べて 5 点

(4) (配点 9 点)

- (3)よりc_mとd_mの公約数が奇数であることを述べて 4 点
- 答えに 5 点

第 4 問 (50 点満点)

(1) (配点 20 点)

- X_1, X_4 の組の個数，およびX_2, X_3の取りうる値の範囲を示して 5 点
- X_2, X_3の組の個数を求めて 5 点
- p_kの立式，および答えに 10 点

(2) (配点 30 点)

- $3 \leqq k \leqq 10$ のとき，$p_{k+1} - p_k$ を立式できて 5 点
- 上記の式を符号が分かる式に整理して 5 点
- k の値によって $p_{k+1} - p_k$ の符号を分類して 8 点
- p_3 から p_{11} までの大小を比較して 7 点
- 答えに 5 点