2022 年度第 1 回 阪大本番レベル模試

採点基準　数学（文系）

【共通事項】

１．約分の未了，根号内の整理不備は１点減点

２．分母の有理化の不備については減点なし

３．別解の配点は解答の配点に準ずる

【文系】（100 点満点）

第 1 問（30 点満点）

(1) (配点 9 点)

- $\sin x \cos x$ を t を用いて表して 3 点
- t を合成し，t の値の範囲を求めて 6 点

(2) (配点 12 点)

- $f(x)$ を t の 2 次関数とみたときのグラフの軸と場合分けが考えられて 4 点
- $\sqrt{2} \leqq a$, $0 < a < \sqrt{2}$ それぞれのときの m を求めて 6 点(各 3 点)
- 答えに 2 点

(3) (配点 9 点)

- m を a の関数としてグラフを考える方針に 3 点
- グラフを正しくかけて 3 点
- 答えに 3 点

第 2 問（35 点満点）

(1) (配点 9 点)

- 直線 l_1 の方程式に 3 点
- C_2 と l_1 との共有点の x 座標を求めて 3 点
- q を p を用いて表して 3 点

(2) (配点 13 点)

- S_1 を表す定積分の式に 4 点
- S_1 を求める計算と答えに 9 点

(3) (配点 13 点)

- S_2 を表す定積分の式に 4 点
- S_2 を求めて 4 点
- 答えに 5 点

第 3 問（35 点満点）

(1) (配点 6 点)

- $\overrightarrow{\mathrm{BC}}$ の始点を A とした式 $\left(\left| \overrightarrow{\mathrm{AC}} - \overrightarrow{\mathrm{AB}} \right|^2 = 4 \right)$ に 2 点
- 途中の計算と答えに 4 点

(2) (配点 15 点)

- 点 M に関するベクトルの等式 $\left(\overrightarrow{\mathrm{AM}} = \dfrac{\overrightarrow{\mathrm{AB}} + \overrightarrow{\mathrm{AC}}}{2} \right.$ など$\left.\right)$ に 2 点
- 点 P に関するベクトルの等式 $\left(\overrightarrow{\mathrm{AP}} = t\, \overrightarrow{\mathrm{AB}} \right)$ に 3 点
- $\mathrm{CP} \perp \mathrm{AM}$ をベクトルで表して 3 点
- 残りの計算と答えに 7 点

(3) (配点 14 点)

- 三角形 ABC の面積 S を求める立式と値に 4 点
- $\overrightarrow{\mathrm{AD}} = \dfrac{7}{6} \overrightarrow{\mathrm{AM}}$ を求めて 6 点
- 途中の計算と答えに 4 点

【理系】（250 点満点）

第 1 問（50 点満点）

(1) (配点 28 点)

- $f'(x)$ を求めて 4 点
- $f'(x)$ を符号の変化を判定できる形に変形して 4 点
- $f(x)$ の増減を調べて 4 点
- C の極大点の座標を求めて 4 点
- $f''(x)$ を求めて 4 点
- $f(x)$ のグラフの凹凸を調べて 4 点
- 変曲点の座標に 4 点

(2) (配点 13 点)

- 法線 l の方程式に 5 点
- 極大点を通る法線の方程式に 4 点
- 答えに 4 点

(3) (配点 9 点)

- $L(t)$ の式中に $\dfrac{\sin\left(t-\frac{\pi}{4}\right)}{t-\frac{\pi}{4}}$ が現れることを見出し，$t \to \dfrac{\pi}{4}$ のときのこの極限を求めて 5 点
- 答えに 4 点

第 2 問（50 点満点）

(1) (配点 8 点)

- $\overrightarrow{\mathrm{BC}}$ の始点を A とした式 $\left(\left|\overrightarrow{\mathrm{AC}}-\overrightarrow{\mathrm{AB}}\right|^2=16\right)$ に直し，さらに展開して 4 点
- 答えに 4 点

(2) (配点 21 点)

- 点 M に関するベクトルの等式 $\left(\overrightarrow{\mathrm{AM}}=\dfrac{\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{AC}}}{2}\ \text{など}\right)$ に 3 点
- 点 P に関するベクトルの等式 $\left(\overrightarrow{\mathrm{AP}}=t\,\overrightarrow{\mathrm{AM}}\right)$ に 3 点
- $\mathrm{AP} \perp \mathrm{CP}$ をベクトルで表して 3 点
- 残りの計算と答えに 12 点

(3) (配点 21 点)

- 三角形 ABC の面積 S を求めて 3 点
- 三角形 ADP の面積を上記の S と線分比を用いて表して(解答解説の⑦) 3 点

- $\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\dfrac{7}{5}\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ を求めて（計算と答えに）12 点
- 答えに 3 点

第 3 問（50 点満点）

(1)（配点 16 点）

- $k=0$ と $1 \leqq k \leqq n-1$ の場合分けに気づいて 4 点
- p_0 を求めて 4 点
- $|a_1-b_1|=k$ $(1 \leqq k \leqq n-1)$ となる組合せをいくつか記述して 4 点
- p_k $(1 \leqq k \leqq n-1)$ を求めて 4 点

(2)（配点 18 点）

- $|a_1-b_1|+|a_2-b_2|=n$ となる $|a_1-b_1|$, $|a_2-b_2|$ の組み合わせをいくつか記述して 4 点
- $1 \leqq k \leqq n-1$ となる整数 k に対して，$|a_1-b_1|=k$ となる確率 p_k と $|a_2-b_2|=n-k$ となる確率 p_{n-k} を両方考えて 4 点
- 求める確率が $\displaystyle\sum_{k=1}^{n-1} p_k p_{n-1}$ であることを述べ，答えを求めて 10 点

(3)（配点 16 点）

- $|a_1-b_1|+|a_2-b_2|=n$，$|a_1-b_1|=1$ となるような事象 E, A を設定して 4 点
- 上記の事象 E, A に対して，求める条件付き確率が $P_E(A)=\dfrac{P(E \cap A)}{P(E)}$ であることを記述して 4 点
- $P(E \cap A)$ を求めて 4 点
- 答えに 4 点

第 4 問（50 点満点）

(1)（配点 12 点）

- 等式 $\left(\sqrt{x^2+\left(y-\dfrac{5}{4}\right)^2}=\left|y-\dfrac{3}{4}\right|\right)$ を記述して 6 点
- C の方程式に 6 点

(2)（配点 38 点）

- 直線 l の方程式を $y=m\left(x+\dfrac{1}{3}\right)$ と表して 3 点
- $x=p$, $y=q$ が連立方程式 $\begin{cases} y=x^2+1 \\ y=m\left(x+\dfrac{1}{3}\right) \end{cases}$ の解である条件を述べて 3 点
- $p^2+1=m\left(p+\dfrac{1}{3}\right)$ を導いて 3 点

- m を p の式で表し，さらに分母の次数が分子の次数より低くなるような式変形(解答解説⑤の式)を行って 12 点
- $\dfrac{10}{3p+1}=$(整数)となる式変形に 6 点
- $3p=5,10$ まで絞って 6 点
- 答えに 5 点

第 5 問（50 点満点）

(1) (配点 16 点)

- C_1, C_2 上の点 P における接線の方程式をそれぞれ求めて 4 点
- a, b をそれぞれ t で表して 6 点
- C_1 が x 軸と異なる 2 点で交わる条件が $b<0$ であることを述べて 3 点
- C_1 が x 軸と異なる 2 点で交わる t の値の範囲を求めて 3 点

(2) (配点 34 点)

- C_1 と x 軸の交点の x 座標を a, b で表して 3 点
- S を a, b で表して 6 点
- S または S^2 を t で表して 5 点
- 上記を t の関数として増減を調べて 15 点
- 答えに 5 点