2023 年度第 3 回 阪大本番レベル模試

採点基準　数学（文系）

【共通事項】

１．約分の未了，根号内の整理不備は１点減点

２．分母の有理化の不備については減点なし

３．別解の配点は解答の配点に準ずる

【文系】（100 点満点）

第 1 問（30 点満点）

(1) (配点 24 点)

- 円 C の方程式を $(x-a)^2+(y-\sqrt{3}b)^2=3b^2$ と表せて 4 点
- C と直線 $y=\sqrt{3}\,x$ の共有点の x 座標が満たす 2 次方程式(解答解説の②)を求め，2 次方程式の実数解の条件に置き換えて 4 点
- 上記の 2 次方程式が $0 \leqq x \leqq 1$ に 2 つの実数解をもつ a, b の条件を求めて 10 点
- 点 (a, b) が xy 平面上で通過する領域を不等式で表して 3 点
- 図示に 3 点

(2) (配点 6 点)

- 面積を定積分を含む式で表して 3 点
- 答えに 3 点

第 2 問（35 点満点）

(1) (配点 7 点)

- $\left|\overrightarrow{b}\right|=3, \left|\overrightarrow{c}\right|=2, \left|\overrightarrow{\mathrm{BC}}\right|=\sqrt{7}$ のように長さの条件をベクトルで表して 2 点
- $\overrightarrow{b}\cdot\overrightarrow{c}=\dfrac{1}{2}\left\{\left|\overrightarrow{b}\right|^2+\left|\overrightarrow{c}\right|^2-\left|\overrightarrow{c}-\overrightarrow{b}\right|^2\right\}$ に 3 点
- 答えに 2 点

(2) (配点 14 点)

- 平面 OAB 上の点 P に対し，実数 x, y を用いて $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=x\overrightarrow{a}+y\overrightarrow{b}$ のようにおけて 2 点
- 点 P が 3 点 O, A, C から等距離にある条件をベクトルで表して 2 点
- 上記の式の始点を O に統一し，さらに $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を消去して $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{c}$ のみの連立方程式を立てて 4 点
- $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{c}$ を求め，ベクトルを含まない x, y の連立方程式を立てて 4 点
- 答えに 2 点

(3) (配点 14 点)

- 平面 OAB 上の点 P が四面体 OABC の外接球の中心である条件が

$\begin{cases} \left|\overrightarrow{\mathrm{OP}}\right| = \left|\overrightarrow{\mathrm{AP}}\right| = \left|\overrightarrow{\mathrm{CP}}\right| \\ \left|\overrightarrow{\mathrm{OP}}\right| = \left|\overrightarrow{\mathrm{BP}}\right| \end{cases}$ と同値であること述べて 3 点

- $\left|\overrightarrow{\mathrm{OP}}\right| = \left|\overrightarrow{\mathrm{BP}}\right|$ から $2\,\vec{b}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OP}} = 3$ を導いて 3 点
- 上記から $\theta = \dfrac{\pi}{2}$ を求めて 6 点
- 答えに 2 点

第 3 問（35 点満点）

(1) (配点 12 点)

- 正六角形の頂点を区別して考え，2 つの頂点の選び方を求めて 4 点
- 1 回の操作で再び隣接した 2 頂点に置かれている状態になる 3 つの場合とそれぞれの場合の数を求めて 6 点
- 答えに 2 点

(2) (配点 17 点)

- n 回の操作後に 2 個の黒球が隣り合って並んでいる場合と隣り合って並んでいない場合に分けて考えられて 4 点
- 2 個の黒球が隣り合う状態から隣り合う状態への推移の確率が $\dfrac{3}{5}$ であることを述べて 4 点
- 2 個の黒球が隣り合わない状態から隣り合う状態への 2 通りの推移とその確率を求めて 6 点
- 答えの漸化式に 3 点

(3) (配点 6 点)

- 途中の計算と答えに 6 点