2023 年度第 3 回 阪大本番レベル模試

採点基準　数学（理系）

【共通事項】

１．約分の未了，根号内の整理不備は１点減点

２．分母の有理化の不備については減点なし

３．別解の配点は解答の配点に準ずる

【理系】（250 点満点）

第 1 問（50 点満点）

(1) (配点 30 点)

- $\mathrm{PS}^2+\mathrm{PQ}^2=\mathrm{QS}^2$ (△PQS での三平方の定理) を述べて 5 点
- △OSP, △OPQ にそれぞれ余弦定理を用いて，PS^2, PQ^2 を OP, OQ, OS の長さで表して 10 点(各 5 点)
- $\angle\mathrm{BOD}=\dfrac{\pi}{2}$，および $\mathrm{QS}^2=\mathrm{OQ}^2+\mathrm{OS}^2$ (△OSQ での三平方の定理) を述べて 10 点(各 5 点)
- 残りの証明に 5 点

(2) (配点 20 点)

- OP, OQ, OR, OS の間に成り立つ 3 つの等式を求めて 5 点
- 上記から OP＝OQ＝OR＝OS を示して 5 点
- PR^2, SR^2, SP^2 をそれぞれ OP, OR, OS の長さで表して 6 点(各 2 点)
- 残りの証明に 4 点

第 2 問（50 点満点）

(1) (配点 20 点)

- $z+\dfrac{2}{z}$ が実数となる条件(解答解説の①)に 5 点
- 上記から z の満たす条件(解答解説の②)を求めて 10 点
- 点 z の描く図形 F を記述して 2 点
- 図示に 3 点

(2) (配点 30 点)

- $w\neq i$ を示したうえで z を w で表して 9 点
- $z\neq 0$ から $w\neq 0$ を示して 3 点
- $z=\overline{z}$ から w の満たす等式(解答解説の⑥)を導いて 6 点
- $|z|=\sqrt{2}$ から w の満たす等式(解答解説の⑦)を導いて 6 点
- 点 w の描く図形を記述して 2 点
- 図示に 4 点

第 3 問（50 点満点）

(1) (配点 12 点)

- 扇形 APQ の半径を θ で表して 4 点
- $\triangle$APH の面積を θ で表して 4 点
- 答えに 4 点

(2) (配点 38 点)

- S を θ で微分して 6 点
- 上記を因数分解し，符号変化を追跡できる形に変形して 6 点
- $f(\theta)=\sin 2\theta-\theta$ のようにおいたとき，$f(\theta)$ の増減を調べて 8 点
- $f(\alpha)=0$ となる $\alpha\left(\dfrac{\pi}{6}<\alpha<\dfrac{\pi}{2}\right)$ の設定に 6 点
- 上記の α を用いて S の増減を記述して 4 点
- 扇形 OBP，$\triangle$OBP の面積を α を用いて表し，残りの証明に 8 点

第 4 問（50 点満点）

(1) (配点 18 点)

- 1 回の操作で考えられる 3 つの場合を述べて 3 点
- 最初の状態から，1 回目のジャンケンで勝者が決定し，2 つのコマの距離が 1 となる確率を求めて 3 点
- 最初の状態から，2 回目のジャンケンで勝者が決定し，2 つのコマの距離が 0，$\sqrt{2}$ となる確率をそれぞれ求めて 6 点(各 3 点)
- 最初の状態から，2 回ともジャンケンがあいこで，2 つのコマの距離が 1 のままである確率を求めて 3 点
- 答えに 3 点(各 1 点)

(2) (配点 18 点)

- 2 つのコマの距離が 0 の状態からの 3 つの状態への遷移と確率を求めて 6 点(各 2 点)
- 2 つのコマの距離が $\sqrt{2}$ の状態からの 3 つの状態への遷移と確率を求めて 6 点(各 2 点)
- 3 つの漸化式に 6 点(各 2 点)

(3) (配点 14 点)

- $a_n+b_n+c_n=1$ に 2 点
- $\{b_n\}$ の 2 項間漸化式を求めて 3 点
- $a_n=c_n$ を示して 3 点
- $\{a_n\}, \{b_n\}, \{c_n\}$ の一般項に 6 点(各 2 点)

第 5 問（50 点満点）

(1) (配点 12 点)

- 立体 D の平面 π_0 による断面を表す式(解答解説の $(*)$)に 3 点

- 上記からxを消去した式(解答解説の①，②と$x=k$の連立)に直して 3 点
- π_0上の 2 つの円板を考えられて 3 点
- 答えに 3 点

(2) (配点 13 点)

- $\begin{cases} y=z \\ x^2+(y-1)^2+z^2 \leqq 1 \\ x^2+y^2+(z-1)^2 \leqq 1 \\ x=k \end{cases}$ を考えて 3 点
- 上記のもとでyの変域を求めて 3 点
- 切断面の端点 P, Q の座標をkで表して 3 点
- π_0によるKの切断面の面積Sをkで表して 4 点

(3) (配点 9 点)

- $V_1=\int_{-\frac{1}{\sqrt{2}}}^{\frac{1}{\sqrt{2}}} Sdk$ を述べて 3 点
- 途中の計算と答えに 6 点

(3) (配点 16 点)

- $V_2=\dfrac{1}{4}V_1+(D$ の体積$)$ を述べて 4 点
- Dの体積を求めて 8 点
- 答えに 4 点